NORME INTERNATIONALE

INTERNATIONAL STANDARD

CEI
IEC
61703

Première édition
First edition
2001-09

Expressions mathématiques pour les termes de fiabilité, de disponibilité, de maintenabilité et de logistique de maintenance

Mathematical expressions for reliability, availability, maintainability and maintenance support terms

Numéro de référence
Reference number
CEI/IEC 61703:2001

Numérotation des publications

Depuis le 1er janvier 1997, les publications de la CEI sont numérotées à partir de 60000. Ainsi, la CEI 34-1 devient la CEI 60034-1.

Editions consolidées

Les versions consolidées de certaines publications de la CEI incorporant les amendements sont disponibles. Par exemple, les numéros d'édition 1.0, 1.1 et 1.2 indiquent respectivement la publication de base, la publication de base incorporant l'amendement 1, et la publication de base incorporant les amendements 1 et 2.

Informations supplémentaires sur les publications de la CEI

Le contenu technique des publications de la CEI est constamment revu par la CEI afin qu'il reflète l'état actuel de la technique. Des renseignements relatifs à cette publication, y compris sa validité, sont disponibles dans le Catalogue des publications de la CEI (voir ci-dessous) en plus des nouvelles éditions, amendements et corrigenda. Des informations sur les sujets à l'étude et l'avancement des travaux entrepris par le comité d'études qui a élaboré cette publication, ainsi que la liste des publications parues, sont également disponibles par l'intermédiaire de:

- **Site web de la CEI (www.iec.ch)**
- **Catalogue des publications de la CEI**

  Le catalogue en ligne sur le site web de la CEI (www.iec.ch/catlg-f.htm) vous permet de faire des recherches en utilisant de nombreux critères, comprenant des recherches textuelles, par comité d'études ou date de publication. Des informations en ligne sont également disponibles sur les nouvelles publications, les publications remplacées ou retirées, ainsi que sur les corrigenda.
- **IEC Just Published**

  Ce résumé des dernières publications parues (www.iec.ch/JP.htm) est aussi disponible par courrier électronique. Veuillez prendre contact avec le Service client (voir ci-dessous) pour plus d'informations.
- **Service clients**

  Si vous avez des questions au sujet de cette publication ou avez besoin de renseignements supplémentaires, prenez contact avec le Service clients:

  Email: custserv@iec.ch
  Tél: +41 22 919 02 11
  Fax: +41 22 919 03 00

Publication numbering

As from 1 January 1997 all IEC publications are issued with a designation in the 60000 series. For example, IEC 34-1 is now referred to as IEC 60034-1.

Consolidated editions

The IEC is now publishing consolidated versions of its publications. For example, edition numbers 1.0, 1.1 and 1.2 refer, respectively, to the base publication, the base publication incorporating amendment 1 and the base publication incorporating amendments 1 and 2.

Further information on IEC publications

The technical content of IEC publications is kept under constant review by the IEC, thus ensuring that the content reflects current technology. Information relating to this publication, including its validity, is available in the IEC Catalogue of publications (see below) in addition to new editions, amendments and corrigenda. Information on the subjects under consideration and work in progress undertaken by the technical committee which has prepared this publication, as well as the list of publications issued, is also available from the following:

- **IEC Web Site (www.iec.ch)**
- **Catalogue of IEC publications**

  The on-line catalogue on the IEC web site (www.iec.ch/catlg-e.htm) enables you to search by a variety of criteria including text searches, technical committees and date of publication. On-line information is also available on recently issued publications, withdrawn and replaced publications, as well as corrigenda.
- **IEC Just Published**

  This summary of recently issued publications (www.iec.ch/JP.htm) is also available by email. Please contact the Customer Service Centre (see below) for further information.
- **Customer Service Centre**

  If you have any questions regarding this publication or need further assistance, please contact the Customer Service Centre:

  Email: custserv@iec.ch
  Tel: +41 22 919 02 11
  Fax: +41 22 919 03 00

.

NORME INTERNATIONALE

INTERNATIONAL STANDARD

CEI
IEC
61703

Première édition
First edition
2001-09

Expressions mathématiques pour les termes de fiabilité, de disponibilité, de maintenabilité et de logistique de maintenance

Mathematical expressions for reliability, availability, maintainability and maintenance support terms

International Electrotechnical Commission 3, rue de Varembé Geneva, Switzerland
Telefax: +41 22 919 0300 e-mail: inmail@iec.ch IEC web site http://www.iec.ch

Commission Electrotechnique Internationale
International Electrotechnical Commission
Международная Электротехническая Комиссия

CODE PRIX
PRICE CODE XA

Pour prix, voir catalogue en vigueur
For price, see current catalogue

SOMMAIRE

CONTENTS

COMMISSION ÉLECTROTECHNIQUE INTERNATIONALE

EXPRESSIONS MATHÉMATIQUES POUR LES TERMES DE FIABILITÉ, DE DISPONIBILITÉ, DE MAINTENABILITÉ ET DE LOGISTIQUE DE MAINTENANCE

AVANT-PROPOS

1) La CEI (Commission Électrotechnique Internationale) est une organisation mondiale de normalisation composée de l'ensemble des comités électrotechniques nationaux (Comités nationaux de la CEI). La CEI a pour objet de favoriser la coopération internationale pour toutes les questions de normalisation dans les domaines de l'électricité et de l'électronique. A cet effet, la CEI, entre autres activités, publie des Normes internationales. Leur élaboration est confiée à des comités d'études, aux travaux desquels tout Comité national intéressé par le sujet traité peut participer. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec la CEI, participent également aux travaux. La CEI collabore étroitement avec l'Organisation Internationale de Normalisation (ISO), selon des conditions fixées par accord entre les deux organisations.
2) Les décisions ou accords officiels de la CEI concernant les questions techniques représentent, dans la mesure du possible, un accord international sur les sujets étudiés, étant donné que les Comités nationaux intéressés sont représentés dans chaque comité d'études.
3) Les documents produits se présentent sous la forme de recommandations internationales. Ils sont publiés comme normes, spécifications techniques, rapports techniques ou guides et agréés comme tels par les Comités nationaux.
4) Dans le but d'encourager l'unification internationale, les Comités nationaux de la CEI s'engagent à appliquer de façon transparente, dans toute la mesure possible, les Normes internationales de la CEI dans leurs normes nationales et régionales. Toute divergence entre la norme de la CEI et la norme nationale ou régionale correspondante doit être indiquée en termes clairs dans cette dernière.
5) La CEI n'a fixé aucune procédure concernant le marquage comme indication d'approbation et sa responsabilité n'est pas engagée quand un matériel est déclaré conforme à l'une de ses normes.
6) L'attention est attirée sur le fait que certains des éléments de la présente Norme internationale peuvent faire l'objet de droits de propriété intellectuelle ou de droits analogues. La CEI ne saurait être tenue pour responsable de ne pas avoir identifié de tels droits de propriété et de ne pas avoir signalé leur existence

La Norme internationale CEI 61703 a été établie par le comité d'études 56 de la CEI: Sûreté de fonctionnement.

Le texte de cette norme est issu des documents suivants:

FDIS	Rapport de vote
56/747/FDIS	56/771/RVD

Le rapport de vote indiqué dans le tableau ci-dessus donne toute information sur le vote ayant abouti à l'approbation de cette norme.

Cette publication a été rédigée selon les Directives ISO/CEI, Partie 3.

Les annexes A, B, C et D sont données uniquement à titre d'information.

Le comité a décidé que le contenu de cette publication ne sera pas modifié avant 2006. A cette date, la publication sera

- reconduite;
- supprimée;
- remplacée par une édition révisée, ou
- amendée.

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION

MATHEMATICAL EXPRESSIONS FOR RELIABILITY, AVAILABILITY, MAINTAINABILITY AND MAINTENANCE SUPPORT TERMS

FOREWORD

1) The IEC (International Electrotechnical Commission) is a worldwide organization for standardization comprising all national electrotechnical committees (IEC National Committees). The object of the IEC is to promote international co-operation on all questions concerning standardization in the electrical and electronic fields. To this end and in addition to other activities, the IEC publishes International Standards. Their preparation is entrusted to technical committees; any IEC National Committee interested in the subject dealt with may participate in this preparatory work. International, governmental and non-governmental organizations liaising with the IEC also participate in this preparation. The IEC collaborates closely with the International Organization for Standardization (ISO) in accordance with conditions determined by agreement between the two organizations.
2) The formal decisions or agreements of the IEC on technical matters express, as nearly as possible, an international consensus of opinion on the relevant subjects since each technical committee has representation from all interested National Committees.
3) The documents produced have the form of recommendations for international use and are published in the form of standards, technical specifications, technical reports or guides and they are accepted by the National Committees in that sense.
4) In order to promote international unification, IEC National Committees undertake to apply IEC International Standards transparently to the maximum extent possible in their national and regional standards. Any divergence between the IEC Standard and the corresponding national or regional standard shall be clearly indicated in the latter.
5) The IEC provides no marking procedure to indicate its approval and cannot be rendered responsible for any equipment declared to be in conformity with one of its standards.
6) Attention is drawn to the possibility that some of the elements of this International Standard may be the subject of patent rights. The IEC shall not be held responsible for identifying any or all such patent rights.

International Standard IEC 61703 has been prepared by IEC technical committee 56: Dependability.

The text of this standard is based on the following documents:

FDIS	Report on voting
56/747/FDIS	56/771/RVD

Full information on the voting for the approval of this standard can be found in the report on voting indicated in the above table.

This publication has been drafted in accordance with the ISO/IEC Directives, Part 3.

Annexes A, B, C and D are for information only.

The committee has decided that the contents of this publication will remain unchanged until 2006. At this date, the publication will be

- reconfirmed;
- withdrawn;
- replaced by a revised edition, or
- amended.

INTRODUCTION

La partie 1 de la CEI 60050-191 fournit des définitions de la sûreté de fonctionnement et des facteurs qui la conditionnent, la fiabilité, la disponibilité, la maintenabilité et la logistique de maintenance, ainsi que des définitions de nombreux autres termes couramment employés dans ce domaine. Certains de ces termes désignent des caractéristiques particulières liées aux différentes aptitudes, qui peuvent être exprimées mathématiquement.

La présente norme, utilisée conjointement avec la CEI 60050-191, fournit des conseils pratiques essentiels pour l'expression quantitative de ces caractéristiques liées aux aptitudes. Pour les utilisateurs qui ont besoin d'informations complémentaires, par exemple sur le détail des méthodes statistiques, il convient de se reporter aux normes de la série CEI 60605.

L'annexe A explique, sous forme de diagramme, les relations entre certains termes mathématiques fondamentaux, les variables aléatoires associées aux aptitudes, les descripteurs et caractéristiques probabilistes.

L'annexe B présente, sous forme résumée, les caractéristiques liées à la durée de fonctionnement avant défaillance.

L'annexe C compare quelques caractéristiques de sûreté de fonctionnement pour des entités à fonctionnement continu.

L'annexe D explique certains aspects de la sûreté de fonctionnement du logiciel.

La bibliographie donne les références des ouvrages relatifs aux mathématiques de base de la présente norme.

INTRODUCTION

Part 1 of IEC 60050-191 provides definitions for dependability and its influencing factors, reliability, availability, maintainability and maintenance support, together with definitions of many other terms commonly used in this field. Some of these terms relate to specific measures of the individual performance characteristics, which can be expressed mathematically.

This standard, used in conjunction with IEC 60050-191, provides practical guidance essential for the quantification of those performance measures. For those requiring further information, for example on detailed statistical methods, reference should be made to the IEC 60605 series of standards.

Annex A provides a diagrammatic explanation of the relationships between some basic mathematical terms, related random variables, probabilistic descriptors and measures.

Annex B provides a summary of measures related to time to failure.

Annex C compares some dependability measures for continuously operating items.

Annex D explains some of the software dependability aspects.

The bibliography gives references for the mathematical basis of this standard.

EXPRESSIONS MATHÉMATIQUES POUR LES TERMES DE FIABILITÉ, DE DISPONIBILITÉ, DE MAINTENABILITÉ ET DE LOGISTIQUE DE MAINTENANCE

1 Domaine d'application

La présente Norme internationale fournit des expressions mathématiques pour les caractéristiques liées à la fiabilité, à la disponibilité, à la maintenabilité et à la logistique de maintenance qui sont définies dans la CEI 60050-191. Les classes d'entités suivantes sont traitées séparément dans la présente norme:

– entités non réparées;
– entités réparées à temps de panne nul;
– entités réparées à temps de panne non nul.

Pour garder aussi simples que possible les formules mathématiques, les modèles mathématiques de base suivants sont utilisés pour calculer les caractéristiques de sûreté de fonctionnement:

– variable aléatoire (durée de fonctionnement avant défaillance) pour les entités non réparées;
– processus de renouvellement simple (ordinaire) pour les entités réparées à temps de panne nul;
– processus de renouvellement alternatif simple (ordinaire) pour les entités réparées à temps de panne non nul.

Pour faciliter la localisation de la définition complète, la référence du terme défini dans la CEI 60050-191 est indiquée (entre parenthèses) immédiatement après le terme, par exemple:

durée moyenne de panne [191-13-08]

L'application de chaque caractéristique de sûreté de fonctionnement est illustrée au moyen d'un exemple simple.

NOTE La présente norme s'applique principalement à la sûreté de fonctionnement du matériel, mais de nombreux termes et leurs définitions peuvent être appliqués à des entités contenant du logiciel. Certains aspects de la sûreté de fonctionnement du logiciel sont expliqués dans l'annexe D.

2 Références normatives

Les documents normatifs suivants contiennent des dispositions qui, par suite de la référence qui y est faite, constituent des dispositions valables pour la présente Norme internationale. Pour les références datées, les amendements ultérieurs ou les révisions de ces publications ne s'appliquent pas. Toutefois, les parties prenantes aux accords fondés sur la présente Norme internationale sont invitées à rechercher la possibilité d'appliquer les éditions les plus récentes des documents normatifs indiqués ci-après. Pour les références non datées, la dernière édition du document normatif en référence s'applique. Les membres de la CEI et de l'ISO possèdent le registre des Normes internationales en vigueur.

CEI 60050-191:1990, *Vocabulaire Electrotechnique International (VEI) – Chapitre 191: Sûreté de fonctionnement et qualité de service*

ISO 3534-1:1993, *Statistique – Vocabulaire et symboles – Partie 1: Probabilité et termes statistiques généraux*

MATHEMATICAL EXPRESSIONS FOR RELIABILITY, AVAILABILITY, MAINTAINABILITY AND MAINTENANCE SUPPORT TERMS

1 Scope

This International Standard provides mathematical expressions for reliability, availability, maintainability and maintenance support measures defined in IEC 60050-191. The following classes of items are considered separately in this standard:

– non-repaired items;

– repaired items with zero time to restoration;

– repaired items with non-zero time to restoration.

In order to keep the mathematical formulae as simple as possible, the following basic mathematical models are used to quantify dependability measures:

– random variable (time to failure) for non-repaired items;

– simple (ordinary) renewal process for repaired items with zero time to restoration;

– simple (ordinary) alternating renewal process for repaired items with non-zero time to restoration.

To facilitate location of the full definition, the IEC 60050-191 reference for each term is shown (in parenthesis) immediately following each term, for example:

mean time to restoration [191-13-08]

The application of each dependability measure is illustrated by means of a simple example.

NOTE This standard is mainly applicable to hardware dependability, but many terms and their definitions may be applied to items containing software. Some of the software dependability aspects are explained in annex D.

2 Normative references

The following normative documents contain provisions which, through reference in this text, constitute provisions of this International Standard. For dated references, subsequent amendments to, or revisions of, any of these publications do not apply. However, parties to agreements based on this International Standard are encouraged to investigate the possibility of applying the most recent editions of the normative documents indicated below. For undated references, the latest edition of the normative document referred to applies. Members of IEC and ISO maintain registers of currently valid International Standards.

IEC 60050-191:1990, *International Electrotechnical Vocabulary (IEV) – Chapter 191: Dependability and quality of service*

ISO 3534-1:1993, *Statistics – Vocabulary and symbols – Part 1: Probability and general statistical terms*

3 Définitions

Pour les besoins de la présente Norme internationale, les termes et définitions de la CEI 60050-191 et de l'ISO 3534-1 sont applicables. En outre, les termes et définitions suivants sont utilisés.

3.1
intensité instantanée de rétablissement $v(t)$
limite, si elle existe, du quotient du nombre moyen de rétablissements d'une entité réparée, pendant un intervalle de temps (t, $t + \Delta t$), par la durée Δt de l'intervalle de temps, lorsque cette durée tend vers zéro

NOTE L'intensité instantanée de rétablissement s'exprime par la formule

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0+} \frac{E\left[N_{\mathrm{R}}(t + \Delta t) - N_{\mathrm{R}}(t)\right]}{\Delta t}$$

où

$N_{\mathrm{R}}(t)$ est le nombre de rétablissements pendant l'intervalle de temps (0, t);

E représente l'espérance mathématique.

3.2
intensité asymptotique de défaillance $z(\infty)$
limite, si elle existe, de l'intensité instantanée de défaillance $z(t)$, représentée par un modèle mathématique, quand on fait tendre le temps t vers l'infini

3.3
fonction de répartition de la durée de disponibilité $F_{\mathrm{U}}(t)$
fonction donnant, pour toute valeur du temps t, la probabilité qu'un temps de disponibilité ait une durée inférieure ou égale à t

3.4
complément de la fonction de répartition de la durée de disponibilité $R_{\mathrm{U}}(t)$
fonction donnant, pour toute valeur du temps t, la probabilité qu'un temps de disponibilité ait une durée supérieure à t

Par commodité, cette fonction sera désignée dans la présente norme par le terme **fonction de survie de la durée de disponibilité**.

NOTE 1 $R_{\mathrm{U}}(t) = 1 - F_{\mathrm{U}}(t)$.

NOTE 2 Si la durée du temps de disponibilité est à répartition exponentielle,

$R_{\mathrm{U}}(t) = \exp(-t/\mathrm{TMD})$

où TMD est le temps moyen de disponibilité.

Dans ce cas, l'inverse de TMD est indiqué par λ_{U}:

$\lambda_{\mathrm{U}} = 1/\mathrm{TMD}$

3 Definitions

For the purpose of this International Standard, the terms and definitions of IEC 60050-191 and ISO 3534-1 apply. In addition, the following terms and definitions are used.

3.1
instantaneous restoration intensity $v(t)$
limit, if it exists, of the quotient of the mean number of restorations of a repaired item in the time interval (t, $t + \Delta t$) and the duration of this interval, Δt, when the duration of the time interval tends to zero

NOTE The instantaneous restoration intensity is expressed by the formula as

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0+} \frac{E\left[N_{\mathrm{R}}(t + \Delta t) - N_{\mathrm{R}}(t)\right]}{\Delta t}$$

where

$N_{\mathrm{R}}(t)$ is the number of restorations in the time interval (0, t);

E denotes the expectation.

3.2
asymptotic failure intensity $z(\infty)$
for modelling purposes, limit, if it exists, of the instantaneous failure intensity $z(t)$, when time t tends to infinity

3.3
up-time distribution function $F_{\mathrm{U}}(t)$
function giving, for every value of t, the probability that an up time will be less than, or equal to, t

3.4
complement to the up-time distribution function $R_{\mathrm{U}}(t)$
function giving, for every value of t, the probability that an up time will be greater than t

For convenience, this function is referred to as the **up-time survival function** in this standard.

NOTE 1 $R_{\mathrm{U}}(t) = 1 - F_{\mathrm{U}}(t)$.

NOTE 2 If the up time is exponentially distributed, then

$R_{\mathrm{U}}(t) = \exp(-t/\mathrm{MUT})$

where MUT is the mean up time.

In this case, the reciprocal of MUT is denoted by λ_{U}:

$\lambda_{\mathrm{U}} = 1/\mathrm{MUT}$

4 Glossaire des symboles et abréviations

NOTE Les symboles donnés ci-dessous sont largement employés et sont recommandés mais non obligatoires.

4.1 Entités non réparées

EFC	Entité à fonctionnement continu
EFI	Entité à fonctionnement intermittent
MTTF	Durée moyenne de fonctionnement avant défaillance
$\widehat{\mathrm{MTTF}}$	Estimateur ponctuel de la durée moyenne de fonctionnement avant défaillance
$R(t)$	Fonction de fiabilité, c'est-à-dire probabilité de survie jusqu'à l'instant t: $R(t) = R(t_1, t_2)$ pour $t_1 = 0$ et $t_2 = t$
$\hat{R}(t)$	Estimateur ponctuel de la fonction de fiabilité à l'instant t
$R(t_1, t_2)$	Fiabilité pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2)
$R(t, t+x \mid t)$	Fiabilité conditionnelle pendant l'intervalle de temps $(t, t + x)$, en supposant que l'entité a survécu jusqu'à l'instant t
TTF_i	Durée de fonctionnement avant défaillance observée pour l'entité i
$f(t)$	Fonction de densité de probabilité de la durée de fonctionnement avant défaillance
$\hat{f}(t)$	Estimateur ponctuel de la fonction de densité de probabilité de la durée de fonctionnement avant défaillance à l'instant t
n	Nombre d'entités (non réparées) dans la population qui sont opérationnelles à l'instant $t = 0$
$n_S(t)$	Nombre d'entités (non réparées) qui sont encore opérationnelles à l'instant t ($n_S(0) = n$)
$n_S(t) - n_S(t + \Delta t)$	Nombre d'entités qui subissent une défaillance pendant l'intervalle de temps $(t, t + \Delta t)$
λ	Taux de défaillance constant, c'est-à-dire inverse de la durée moyenne de fonctionnement avant défaillance (MTTF) lorsque la durée de fonctionnement avant défaillance obéit à une loi exponentielle
$\hat{\lambda}$	Estimateur ponctuel du taux de défaillance constant
$\lambda(t)$	Taux instantané de défaillance
$\hat{\lambda}(t)$	Estimateur ponctuel du taux instantané de défaillance à l'instant t
$\bar{\lambda}(t_1, t_2)$	Taux moyen de défaillance pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2)

4 Glossary of symbols and abbreviations

NOTE The symbols given below are widely used and recommended but are not mandatory.

4.1 Non-repaired items

COI	Continuously operating item
IOI	Intermittently operating item
MTTF	Mean time to failure
$\widehat{\mathrm{MTTF}}$	Point estimate of the mean time to failure
$R(t)$	Reliability function, i.e. the probability of survival until time t: $R(t) = R(t_1, t_2)$ for $t_1 = 0$ and $t_2 = t$
$\hat{R}(t)$	Point estimate of the reliability function at time t
$R(t_1, t_2)$	Reliability for the time interval (t_1, t_2)
$R(t, t+x \mid t)$	Conditional reliability for the time interval $(t, t + x)$, assuming that the item survived to time t
TTF_i	Observed time to failure of item i
$f(t)$	Probability density function of the (operating) time to failure
$\hat{f}(t)$	Point estimate of the probability density function of the (operating) time to failure at time t
n	Number of (non-repaired) items in the population that are operational at the instant of time $t = 0$
$n_S(t)$	Number of (non-repaired) items that are still operational at the instant of time t ($n_S(0) = n$)
$n_S(t) - n_S(t + \Delta t)$	Number of items that fail in the time interval $(t, t + \Delta t)$
λ	Constant failure rate, i.e. the reciprocal of the mean time to failure (MTTF) when the times to failure are exponentially distributed
$\hat{\lambda}$	Point estimate of the constant failure rate
$\lambda(t)$	Instantaneous failure rate
$\hat{\lambda}(t)$	Point estimate of the instantaneous failure rate at time t
$\bar{\lambda}(t_1, t_2)$	Mean failure rate for the time interval (t_1, t_2)

4.2 Entités réparées à temps de panne nul

EFC	Entité à fonctionnement continu
EFI	Entité à fonctionnement intermittent
MTBF	Moyenne des temps de bon fonctionnement
MTTF	Durée moyenne de fonctionnement avant défaillance
$\widehat{\mathrm{MTTF}}$	Estimateur ponctuel de la durée moyenne de fonctionnement avant défaillance
TMD	Durée moyenne du temps de disponibilité
$N(t)$	Nombre de défaillances pendant l'intervalle de temps $(0, t)$
$R(t)$	Fonction de fiabilité, c'est-à-dire probabilité de survie jusqu'à l'instant t: $R(t) = R(t_1, t_2)$ pour $t_1 = 0$ et $t_2 = t$
$R_U(t)$	Fonction de survie du temps de disponibilité, telle que $1 - R_U(t)$ soit la fonction de répartition des durées des temps de disponibilité
$R(t_1, t_2)$	Fiabilité pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2)
$\hat{R}(t_1, t_2)$	Estimateur ponctuel de la fiabilité pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2)
$Z(t)$	Espérance mathématique du nombre de défaillances pendant l'intervalle de temps $(0, t)$ $Z(t) = E[N(t)]$, où E représente l'espérance mathématique
$f(t)$	Fonction de densité de probabilité des durées de fonctionnement avant défaillance
$f_U(t)$	Fonction de densité de probabilité des temps de disponibilité NOTE Pour les EFC, $f_U(t) = f(t)$.
$h_{\mathrm{CTTF}}^{(n)}(t)$	Fonction de densité de probabilité du temps total écoulé jusqu'à la $n^{\text{ième}}$ défaillance, $n \geq 1$
k_F	Nombre de défaillances pendant une période donnée d'observation
n	Nombre d'entités dans la population
$n_F(t, t + \Delta t)$	Nombre de défaillances observées pendant l'intervalle de temps $(t, t + \Delta t)$
$n_F(t_1, t_2)$	Nombre de défaillances observées pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2)
$n_S(t_1, t_2)$	Nombre d'entités qui étaient opérationnelles à l'instant t_1 et qui ont fonctionné sans défaillance pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2)
$z(t)$	Intensité instantanée de défaillance
$z(\infty)$	Intensité asymptotique de défaillance
$\hat{z}(t)$	Estimateur ponctuel de l'intensité instantanée de défaillance à l'instant t
$\bar{z}(t_1, t_2)$	Intensité moyenne de défaillance pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2)
$\hat{\bar{z}}(t_1, t_2)$	Estimateur ponctuel de l'intensité moyenne de défaillance pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2)
λ	Taux de défaillance constant, c'est-à-dire inverse de la durée moyenne de fonctionnement avant défaillance (MTTF) lorsque la durée de fonctionnement avant défaillance obéit à une loi exponentielle
λ_U	Taux de transition constant d'un état de disponibilité à un état d'indisponibilité, c'est-à-dire inverse du temps moyen de disponibilité (TMD) lorsque la durée du temps de disponibilité obéit à une loi exponentielle

4.2 Repaired items with zero time to restoration

COI	Continuously operating item
IOI	Intermittently operating item
MTBF	Mean operating time between failures
MTTF	Mean time to failure
$\widehat{\text{MTTF}}$	Point estimate of the mean time to failure
MUT	Mean up time
$N(t)$	Number of failures in the time interval $(0, t)$
$R(t)$	Reliability function, i.e. the probability of survival until time t: $R(t) = R(t_1, t_2)$ for $t_1 = 0$ and $t_2 = t$
$R_U(t)$	Up-time survival function, i.e. the distribution function of the up times is $1 - R_U(t)$
$R(t_1, t_2)$	Reliability for the time interval (t_1, t_2)
$\hat{R}(t_1, t_2)$	Point estimate of the reliability for the time interval (t_1, t_2)
$Z(t)$	Expected number of failures in the time interval $(0, t)$ $Z(t) = E[N(t)]$, where E denotes the expectation
$f(t)$	Probability density function of the (operating) times to failure
$f_U(t)$	Probability density function of the up times NOTE For COIs, $f_U(t) = f(t)$.
$h_{\text{CTTF}}^{(n)}(t)$	Probability density function of calendar time to the nth failure, $n \geq 1$
k_F	Number of failures during a given period of observation
n	Number of items in the population
$n_F(t, t + \Delta t)$	Number of failures observed in the time interval $(t, t + \Delta t)$
$n_F(t_1, t_2)$	Number of failures observed in the time interval (t_1, t_2)
$n_S(t_1, t_2)$	Number of items that were operational at the instant of time t_1 and operated without failure during the time interval (t_1, t_2)
$z(t)$	Instantaneous failure intensity
$z(\infty)$	Asymptotic failure intensity
$\hat{z}(t)$	Point estimate of the instantaneous failure intensity at time t
$\bar{z}(t_1, t_2)$	Mean failure intensity for the time interval (t_1, t_2)
$\hat{\bar{z}}(t_1, t_2)$	Point estimate of the mean failure intensity for the time interval (t_1, t_2)
λ	Constant failure rate, i.e. the reciprocal of the mean time to failure (MTTF) when the times to failure are exponentially distributed
λ_U	Constant rate of transition from an up state to a down state, i.e. the reciprocal of the mean up time (MUT) when the up time is exponentially distributed

4.3 Entités réparées à temps de panne non nul

A	Disponibilité asymptotique
$A(t)$	Disponibilité instantanée (ou fonction de disponibilité), c'est-à-dire probabilité que l'entité soit dans un état de disponibilité à l'instant t
$\overline{A}(t_1,t_2)$	Disponibilité moyenne pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2)
$\hat{\overline{A}}(t_1,t_2)$	Estimateur ponctuel de la disponibilité moyenne pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2)
EFC	Entité à fonctionnement continu
$G_R(t)$	Fonction de répartition des durées des temps de panne
EFI	Entité à fonctionnement intermittent
$M(t)$	Fonction de maintenabilité, c'est-à-dire probabilité d'achever une opération de maintenance active à l'instant t: $M(t) = M(t_1, t_2)$ pour $t_1 = 0$ et $t_2 = t$
$M(t_1, t_2)$	Maintenabilité pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2)
$N(t)$	Nombre de défaillances pendant l'intervalle de temps $(0, t)$
$N_R(t)$	Nombre de rétablissements pendant l'intervalle de temps $(0, t)$
$R(t)$	Fonction de fiabilité, c'est-à-dire probabilité de survie jusqu'à l'instant t $R(t) = R(t_1, t_2)$ pour $t_1 = 0$ et $t_2 = t$
$R_U(t)$	Fonction de survie des temps de disponibilité, telle que $1 – R_U(t)$ soit la fonction de répartition des durées des temps de disponibilité
$R(t_1, t_2)$	Fiabilité pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2)
MACMT	Durée moyenne du temps de maintenance corrective active, c'est-à-dire espérance mathématique de la durée du temps de maintenance corrective active
$\widehat{\text{MACMT}}$	Estimateur ponctuel de la durée moyenne du temps de maintenance corrective active
MAD	Durée moyenne du temps du délai administratif
$\widehat{\text{MAD}}$	Estimateur ponctuel de la durée moyenne du délai administratif
MADT	Durée cumulée moyenne du temps d'indisponibilité
$\widehat{\text{MADT}}$	Estimateur ponctuel de la durée cumulée moyenne d'indisponibilité
MAMT	Durée moyenne du temps de maintenance active, c'est-à-dire espérance mathématique de la durée du temps de maintenance active
MCMT	Durée moyenne du temps de maintenance corrective, c'est-à-dire espérance mathématique de la durée du temps de maintenance corrective
TMI	Durée moyenne du temps d'indisponibilité
$\widehat{\text{TMI}}$	Estimateur ponctuel de la durée moyenne du temps d'indisponibilité
MLD	Durée moyenne du délai logistique
$\widehat{\text{MLD}}$	Estimateur ponctuel de la durée moyenne du délai logistique
MRT	Durée moyenne de réparation
$\widehat{\text{MRT}}$	Estimateur ponctuel de la durée moyenne de réparation
MTBF	Moyenne des temps de bon fonctionnement
MTD	Durée moyenne du délai technique, c'est-à-dire espérance mathématique de la durée du délai technique

4.3 Repaired items with non-zero time to restoration

A	Asymptotic availability
$A(t)$	Instantaneous availability (availability function), i.e. the probability of the item being in an up state at the instant of time t
$\overline{A}(t_1,t_2)$	Mean availability for the time interval (t_1, t_2)
$\hat{\overline{A}}(t_1,t_2)$	Point estimate of the mean availability for the time interval (t_1, t_2)
COI	Continuously operating item
$G_R(t)$	Distribution function of the times to restoration
IOI	Intermittently operating item
$M(t)$	Maintainability function, i.e. the probability of completing active maintenance action within time t: $M(t) = M(t_1, t_2)$ for $t_1 = 0$ and $t_2 = t$
$M(t_1, t_2)$	Maintainability for the time interval (t_1, t_2)
$N(t)$	Number of failures occurring in the time interval $(0, t)$
$N_R(t)$	Number of restorations occurring in the time interval $(0, t)$
$R(t)$	Reliability function, i.e. the probability of survival until time t $R(t) = R(t_1, t_2)$ for $t_1 = 0$ and $t_2 = t$
$R_U(t)$	Up-time survival function, i.e. the distribution function of the up times is $1 - R_U(t)$
$R(t_1, t_2)$	Reliability for the time interval (t_1, t_2)
MACMT	Mean active corrective maintenance time, i.e. the expectation of the active corrective maintenance time
$\widehat{\text{MACMT}}$	Point estimate of the mean active corrective maintenance time
MAD	Mean administrative delay
$\widehat{\text{MAD}}$	Point estimate of the mean administrative delay
MADT	Mean accumulated down time
$\widehat{\text{MADT}}$	Point estimate of the mean accumulated down time
MAMT	Mean active maintenance time, i.e. the expectation of the active maintenance time
MCMT	Mean corrective maintenance time, i.e. the expectation of the corrective maintenance time
MDT	Mean down time
$\widehat{\text{MDT}}$	Point estimate of the mean down time
MLD	Mean logistic delay
$\widehat{\text{MLD}}$	Point estimate of the mean logistic delay
MRT	Mean repair time
$\widehat{\text{MRT}}$	Point estimate of the mean repair time
MTBF	Mean operating time between failures
MTD	Mean technical delay, i.e. the expectation of the technical delay

MTTF	Durée moyenne de fonctionnement avant défaillance
$\widehat{\text{MTTF}}$	Estimateur ponctuel de la durée moyenne de fonctionnement avant défaillance
MTTR	Durée moyenne de panne
$\widehat{\text{MTTR}}$	Estimateur ponctuel de la durée moyenne de panne
MUFT	Durée moyenne de panne latente, c'est-à-dire espérance mathématique de la durée du temps de panne latente
TMD	Durée moyenne du temps de disponibilité
$\widehat{\text{MUT}}$	Estimateur ponctuel de la durée moyenne du temps de disponibilité
U	Indisponibilité asymptotique (en régime établi)
$U(t)$	Indisponibilité instantanée (fonction d'indisponibilité)
$\overline{U}(t_1,t_2)$	Indisponibilité moyenne pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2)
$\hat{\overline{U}}(t_1,t_2)$	Estimateur ponctuel de l'indisponibilité moyenne pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2)
$Z(t)$	Espérance mathématique du nombre de défaillances pendant l'intervalle de temps (0, t) $Z(t) = E[N(t)]$, où E représente l'espérance mathématique
$f(t)$	Fonction de densité de probabilité des temps de fonctionnement avant défaillance
$f_{\text{U}}(t)$	Fonction de densité de probabilité des temps de disponibilité
$f_{\text{U+R}}(t)$	Fonction de densité de probabilité de la somme des temps de disponibilité et des durées de pannes correspondantes
$g_{\text{ACM}}(t)$	Fonction de densité de probabilité des temps de maintenance corrective active
$g_{\text{AD}}(t)$	Fonction de densité de probabilité des délais administratifs
$g_{\text{AM}}(t)$	Fonction de densité de probabilité des temps de maintenance active
$g_{\text{D}}(t)$	Fonction de densité de probabilité des temps d'indisponibilité
$g_{\text{LD}}(t)$	Fonction de densité de probabilité des délais logistiques
$g_{\text{R}}(t)$	Fonction de densité de probabilité des temps de panne
$g_{\text{Rep}}(t)$	Fonction de densité de probabilité des temps de réparation
$h_{\text{CTTF}}^{(n)}(t)$	Fonction de densité de probabilité des durées calendaires jusqu'à la $n^{\text{ième}}$ défaillance, $n \geq 1$
k_{ACM}	Nombre d'actions de maintenance corrective active pendant une période d'observation donnée
k_{AD}	Nombre de délais administratifs pendant une période donnée d'observation
k_{D}	Nombre de temps d'indisponibilité pendant une période donnée d'observation
k_{F}	Nombre de défaillances pendant une période donnée d'observation
k_{LD}	Nombre de délais logistiques pendant une période donnée d'observation
k_{O}	Nombre de défaillances pendant le temps de fonctionnement pendant une période donnée d'observation
k_{R}	Nombre de temps de panne pendant une période donnée d'observation
k_{Rep}	Nombre de temps de réparation pendant une période donnée d'observation
k_{U}	Nombre de temps de disponibilité pendant une période donnée d'observation
n	Nombre d'entités dans la population

MTTF	Mean time to failure
$\hat{\text{MTTF}}$	Point estimate of the mean time to failure
MTTR	Mean time to restoration
$\hat{\text{MTTR}}$	Point estimate of the mean time to restoration
MUFT	Mean undetected fault time, i.e. the expectation of the undetected fault time
MUT	Mean up time
$\hat{\text{MUT}}$	Point estimate of the mean up time
U	Asymptotic unavailability
$U(t)$	Instantaneous unavailability (unavailability function)
$\overline{U}(t_1,t_2)$	Mean unavailability for the time interval (t_1, t_2)
$\hat{\overline{U}}(t_1,t_2)$	Point estimate of the mean unavailability for the time interval (t_1, t_2)
$Z(t)$	Expected number of failures in the time interval $(0, t)$ $Z(t) = E[N(t)]$, where E denotes the expectation
$f(t)$	Probability density function of the (operating) times to failure
$f_{\mathrm{U}}(t)$	Probability density function of the up times
$f_{\mathrm{U+R}}(t)$	Probability density function of the sum of the up times and the corresponding times to restoration
$g_{\mathrm{ACM}}(t)$	Probability density function of the active corrective maintenance times
$g_{\mathrm{AD}}(t)$	Probability density function of the administrative delays
$g_{\mathrm{AM}}(t)$	Probability density function of the active maintenance times
$g_{\mathrm{D}}(t)$	Probability density function of the down times
$g_{\mathrm{LD}}(t)$	Probability density function of the logistic delays
$g_{\mathrm{R}}(t)$	Probability density function of the times to restoration
$g_{\mathrm{Rep}}(t)$	Probability density function of the repair times
$h_{\mathrm{CTTF}}^{(n)}(t)$	Probability density function of calendar time to the nth failure, $n \geq 1$
k_{ACM}	Number of active corrective maintenance actions during a given period of observation
k_{AD}	Number of administrative delays during a given period of observation
k_{D}	Number of down times during a given period of observation
k_{F}	Number of failures during a given period of observation
k_{LD}	Number of logistic delays during a given period of observation
k_{O}	Number of failures while operating during a given period of observation
k_{R}	Number of times to restoration during a given period of observation
k_{Rep}	Number of repair times during a given period of observation
k_{U}	Number of up times during a given period of observation
n	Number of items in the population

$n_D\{t\}$	Nombre d'entités en état d'indisponibilité à l'instant t
$n_F(t, t + \Delta t)$	Nombre de défaillances observées pendant l'intervalle de temps $(t, t + \Delta t)$, en supposant que l'échelle des temps comprenne à la fois des temps de disponibilité et d'indisponibilité
$n_F(t, t_2)$	Nombre de défaillances observées pendant l'intervalle de temps (t, t_2), en supposant que l'échelle des temps comprenne à la fois des temps de disponibilité et des temps d'indisponibilité
$n_S(t_1, t_2)$	Nombre d'entités qui étaient en fonctionnement à l'instant t_1 et qui ont fonctionné sans défaillance pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2)
$n_U\{t\}$	Nombre d'entités en état de disponibilité à l'instant t
$v(t)$	Intensité instantanée de rétablissement
$z(t)$	Intensité instantanée de défaillance
$z(\infty)$	Intensité asymptotique de défaillance
$\hat{z}(t)$	Estimateur ponctuel de l'intensité instantanée de défaillance à l'instant t
$\bar{z}(t_1,t_2)$	Intensité moyenne de défaillance pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2)
$\hat{\bar{z}}(t_1,t_2)$	Estimateur ponctuel de l'intensité moyenne de défaillance pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2)
λ	Taux de défaillance constant, c'est-à-dire inverse de la durée moyenne de fonctionnement avant défaillance (MTTF) lorsque la durée de fonctionnement avant défaillance obéit à une loi exponentielle
λ_U	Taux de transition constant d'un état de disponibilité à un état d'indisponibilité, c'est-à-dire inverse du temps moyen de disponibilité (TMD) lorsque la durée du temps de disponibilité obéit à une loi exponentielle
μ	Taux de réparation constant, c'est-à-dire inverse de la durée moyenne de maintenance corrective (MCMT) lorsque la durée du temps de maintenance corrective obéit à une loi exponentielle
$\mu(t)$	Taux instantané de réparation
$\bar{\mu}(t_1,t_2)$	Taux moyen de réparation pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2)
μ_{ACM}	Inverse de la durée moyenne de maintenance corrective active (MACMT) lorsque la durée du temps de maintenance corrective active obéit à une loi exponentielle
μ_{AD}	Inverse de la durée moyenne du délai administratif (MAD) lorsque la durée du délai administratif obéit à une loi exponentielle
μ_{AM}	Inverse de la durée moyenne de maintenance active (MAMT) lorsque la durée du temps de maintenance active obéit à une loi exponentielle
μ_D	Inverse du temps moyen d'indisponibilité (TMI) lorsque la durée du temps d'indisponibilité obéit à une loi exponentielle
μ_{LD}	Inverse de la durée moyenne du délai logistique (MLD) lorsque la durée du délai logistique obéit à une loi exponentielle
μ_R	Taux de rétablissement constant, c'est-à-dire inverse de la durée moyenne de panne (MTTR) lorsque la durée du temps de panne obéit à une loi exponentielle
μ_{Rep}	Inverse de la durée moyenne de réparation (MRT) lorsque la durée du temps de réparation obéit à une loi exponentielle

$n_D\{t\}$	Number of items that are in a down state at the instant of time t
$n_F(t, t + \Delta t)$	Number of failures observed during the time interval $(t, t + \Delta t)$, where the time scale includes both up and down times
$n_F(t, t_2)$	Number of failures observed during the time interval (t, t_2), where the time scale includes both up and down times
$n_S(t_1, t_2)$	Number of items that were operational at the instant of time t_1 and operated without failure in the time interval (t_1, t_2)
$n_U\{t\}$	Number of items that are in an up state at the instant of time t
$v(t)$	Instantaneous restoration intensity
$z(t)$	Instantaneous failure intensity
$z(\infty)$	Asymptotic failure intensity
$\hat{z}(t)$	Point estimate of the instantaneous failure intensity at time t
$\bar{z}(t_1,t_2)$	Mean failure intensity for the time interval (t_1, t_2)
$\hat{\bar{z}}(t_1,t_2)$	Point estimate of the mean failure intensity for the time interval (t_1, t_2)
λ	Constant failure rate, i.e. the reciprocal of mean time to failure (MTTF) when time to failure is exponentially distributed
λ_U	Constant rate of transition from an up state to a down state, i.e. the reciprocal of the mean up time (MUT) when up times are exponentially distributed
μ	Constant repair rate, i.e. the reciprocal of the mean corrective maintenance time (MCMT) when the corrective maintenance times are exponentially distributed
$\mu(t)$	Instantaneous repair rate
$\bar{\mu}(t_1,t_2)$	Mean repair rate for the time interval (t_1, t_2)
μ_{ACM}	Reciprocal of the mean active corrective maintenance time (MACMT) when the active corrective maintenance times are exponentially distributed
μ_{AD}	Reciprocal of the mean administrative delay (MAD) when the administrative delays are exponentially distributed
μ_{AM}	Reciprocal of the mean active maintenance time (MAMT) when the active maintenance times are exponentially distributed
μ_D	Reciprocal of the mean down time (MDT) when the down times are exponentially distributed
μ_{LD}	Reciprocal of the mean logistic delay (MLD) when the logistic delays are exponentially distributed
μ_R	Constant rate at which the item is restored to service (constant restoration rate), i.e. the reciprocal of the mean time to restoration (MTTR) when the times to restoration are exponentially distributed
μ_{Rep}	Reciprocal of the mean repair time (MRT) when the repair times are exponentially distributed

5 Hypothèses

5.1 Remarques générales

Pour établir des expressions mathématiques correctes des caractéristiques définies dans la CEI 60050-191, il est nécessaire de distinguer les entités réparées [191-01-02] et les entités non réparées [191-01-03]. Les classes d'entités suivantes sont traitées séparément dans la présente norme:

– entités non réparées;
– entités réparées à temps de panne nul;
– entités réparées à temps de panne non nul.

Pour garder aussi simples que possible les formules mathématiques, les modèles mathématiques de base suivants sont utilisés pour calculer les caractéristiques de sûreté de fonctionnement:

– variable aléatoire (durée de fonctionnement avant défaillance) pour les entités non réparées;
– processus de renouvellement simple (ordinaire) pour les entités réparées à temps de panne nul;
– processus de renouvellement alternatif simple (ordinaire) pour les entités réparées à temps de panne non nul.

Le modèle mathématique le plus simple pour la fiabilité d'une entité non réparée est la variable aléatoire – durée de fonctionnement avant défaillance de l'entité [191-10-02]. L'une des caractéristiques de fiabilité couramment utilisées pour les entités non réparées est le taux instantané de défaillance $\lambda(t)$ [191-12-02], appelé aussi «hazard rate function» en anglais. Il se déduit de la fonction de répartition de la durée de fonctionnement avant défaillance. L'expression $\lambda(t)\Delta t$ est la probabilité conditionnelle de défaillance d'une entité pendant l'intervalle de temps $(t, t + \Delta t)$, en supposant que l'entité n'a pas subi de défaillance pendant l'intervalle $(0, t)$.

Pour les entités réparées, le modèle de base est un processus de renouvellement simple lorsque le temps de panne peut être négligé, ou un processus de renouvellement alternatif simple lorsque le temps de panne est non nul. Dans ce dernier cas, l'entité alterne entre un état de disponibilité et un état d'indisponibilité et une caractéristique de fiabilité usuelle de l'entité est l'intensité de défaillance, qui est égale à la densité de renouvellement.

L'intensité de défaillance [191-12-04] est une caractéristique déduite de l'espérance mathématique $E[N(t)]$ du nombre cumulé de défaillances d'une entité réparée qui surviennent pendant l'intervalle de temps $(0, t)$. L'expression $z(t)\Delta t$ est la probabilité qu'une défaillance de l'entité survienne pendant l'intervalle de temps $(t, t + \Delta t)$.

Pour éviter un emploi incorrect de ces expressions mathématiques, des hypothèses spécifiques sont détaillées en 5.2 et 5.3.

5.2 Hypothèses pour entités non réparées

a) A tout instant, l'entité non réparée peut être soit dans un état de disponibilité, soit dans un état d'indisponibilité (voir figure 1).

b) Sauf mention contraire, on considère que l'entité en état de disponibilité est en fonctionnement continu.

NOTE Les expressions mathématiques données peuvent ne pas être valables pour des EFI.

5 Assumptions

5.1 General remarks

In order to derive correct mathematical expressions for the measures defined in IEC 60050-191, the distinction needs to be made between repaired items [191-01-02] and non-repaired items [191-01-03]. The following classes of items are considered separately in this standard:

– non-repaired items;

– repaired items with zero time to restoration;

– repaired items with non-zero time to restoration.

In order to keep the mathematical formulae as simple as possible, the following basic mathematical models are used to quantify dependability measures:

– random variable (time to failure) for non-repaired items;

– simple (ordinary) renewal process for repaired items with zero time to restoration;

– simple (ordinary) alternating renewal process for repaired items with non-zero time to restoration.

The simplest mathematical model for the reliability of a non-repaired item is a random variable – the time to failure of the item [191-10-02]. One of the widely used reliability measures of non-repaired items is the instantaneous failure rate $\lambda(t)$ [191-12-02], also referred to as the hazard rate function. It is derived from the distribution function of the time to failure. The expression $\lambda(t)\Delta t$ is the conditional probability of failure of an item during the time interval $(t, t + \Delta t)$ given that the item has not failed during the interval $(0, t)$.

For repaired items, the basic model is a simple renewal process, when the time to restoration of the item may be neglected, or a simple alternating renewal process when the time to restoration of the item is non-zero. In the latter case, the item alternates between an up state and a down state, and a widely used measure of reliability of the item is the failure intensity, which is equal to the renewal density.

The failure intensity [191-12-04] is a measure derived from the expected value of the cumulative number of failures $E[N(t)]$ of a repaired item occurring during the time interval $(0, t)$. The expression $z(t)\Delta t$ is the probability of failure of the item during the time interval $(t, t + \Delta t)$.

To avoid improper use of these mathematical expressions, specific assumptions are detailed in 5.2 and 5.3.

5.2 Assumptions for non-repaired items

a) At any instant of time, the non-repaired item may be either in an up state or in a down state (see figure 1).

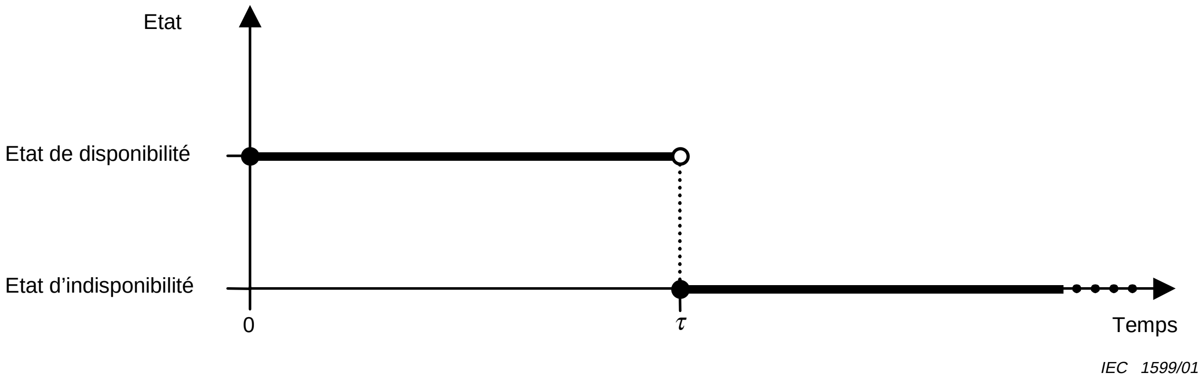
b) Unless otherwise stated, when the item is in the up state, it is considered to be continuously operating.

NOTE The mathematical expressions given may not be true for IOIs.

c) A l'instant $t = 0$, l'entité est dans un état de fonctionnement et est aussi bonne que si elle était neuve. Les pannes latentes ne sont pas prises en compte.

d) La maintenance préventive ou d'autres actions programmées susceptibles d'entraîner l'inaptitude de l'entité à accomplir une fonction requise ne sont pas prises en compte.

e) La durée de fonctionnement avant défaillance est une variable aléatoire continue positive d'espérance mathématique finie.



Légende

τ Durée de fonctionnement avant défaillance

Figure 1 – Exemple représentatif d'entité non réparée

5.3 Hypothèses pour entités réparées

a) A tout instant, l'entité réparée peut être soit dans un état de disponibilité, soit dans un état d'indisponibilité (voir figures 2 et 3).

b) A l'instant $t = 0$, l'entité est dans un état de disponibilité et est aussi bonne que si elle était neuve. Les pannes latentes ne sont pas prises en compte.

c) Sauf mention contraire, on considère que l'entité en état de disponibilité est en fonctionnement continu.

d) Les durées des temps de disponibilité successifs de l'entité sont des variables aléatoires continues positives, statistiquement indépendantes, de même loi de probabilité et d'espérance mathématique finie.

e) Les durées des temps d'indisponibilité successifs de l'entité sont des variables aléatoires non négatives, statistiquement indépendantes, de même loi de probabilité et d'espérance mathématique finie. Si les durées des temps d'indisponibilité ne sont pas nulles, les variables aléatoires sont continues et ont la même fonction de densité de probabilité.

f) Les temps de disponibilité sont statistiquement indépendants des temps d'indisponibilité.

g) La maintenance préventive ou d'autres actions programmées susceptibles d'entraîner l'inaptitude de l'entité à accomplir une fonction requise ne sont pas prises en compte.

En d'autres termes,

– toute transition d'un état de disponibilité à un état d'indisponibilité est une défaillance;

– toute transition d'un état d'indisponibilité à un état de disponibilité est un rétablissement;

– tout état d'indisponibilité est une panne et, par conséquent, le temps d'indisponibilité est identique au temps de panne;

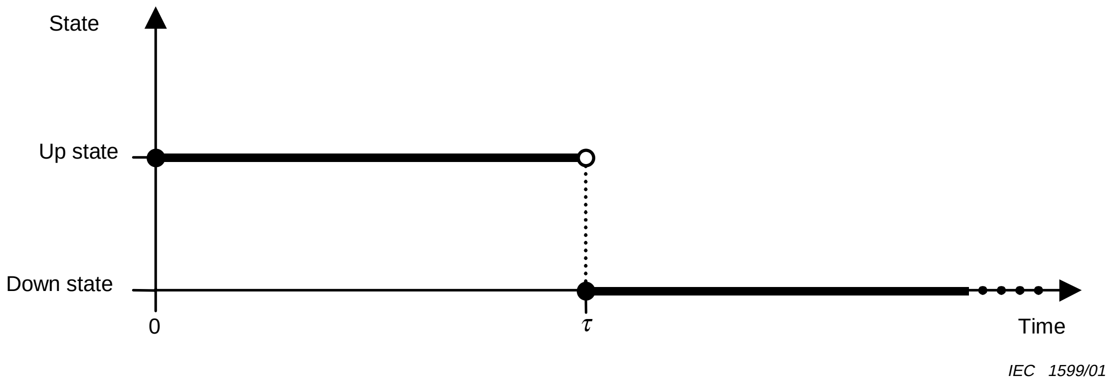
– après chaque rétablissement l'entité est aussi bonne que si elle était neuve.

Dans la présente norme, les entités en fonctionnement continu sont notées par l'abréviation EFC. Dans ce cas, l'état de disponibilité est équivalent à l'état de fonctionnement et tout temps de disponibilité est identique au temps de fonctionnement.

c) At time t = 0, the item is in an operating state and is as good as new. Latent faults are not considered.

d) Preventive maintenance or other planned actions that render the item incapable of performing a required function are not considered.

e) The time to failure is a positive and continuous random variable with finite expectation.



Key

τ Time to failure

Figure 1 – Sample realization of a non-repaired item

5.3 Assumptions for repaired items

a) At any instant of time, the repaired item may be either in an up state or in a down state (see figures 2 and 3).

b) At time t = 0, the item is in an up state and is as good as new. Latent faults are not considered.

c) Unless otherwise stated, when the item is in the up state, it is considered to be continuously operating.

d) Consecutive up times of the item are statistically independent, identically distributed, positive and continuous random variables with finite expectations.

e) Consecutive down times of the item are statistically independent, identically distributed and non-negative random variables with finite expectations. In the case of non-zero down-time duration, the random variables are continuous with a common probability density function.

f) The up times are statistically independent of the down times.

g) Preventive maintenance or other planned actions that render the item incapable of performing a required function are not considered.

In other words,

– any transition from an up state to a down state is a failure;

– any transition from a down state to an up state is a restoration;

– any down state is a fault and, in consequence, the down time is equal to the time to restoration;

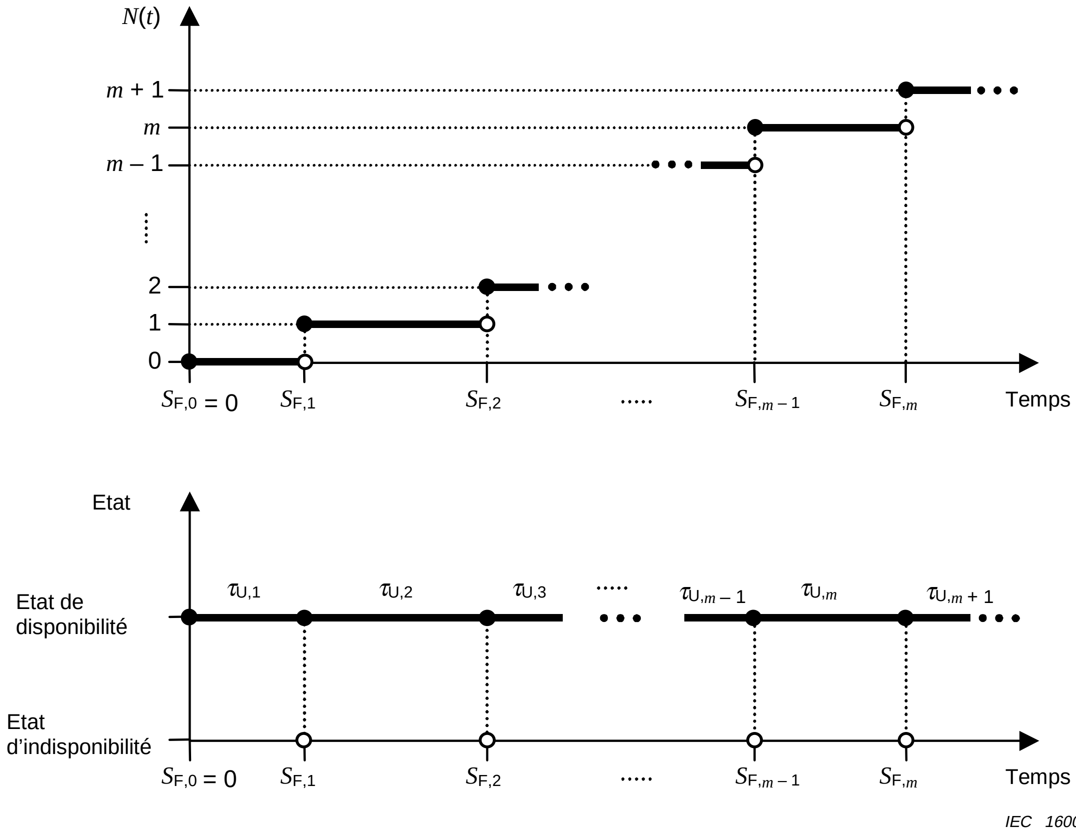
– after each restoration the item is as good as new.

In this standard, continuously operating items are marked by the abbreviation COI. In this case, the up state is equivalent to the operating state, and any up time is equal to the operating time.

Les expressions des caractéristiques de fiabilité obtenues pour les entités réparées à fonctionnement continu peuvent ne pas être valables pour les EFI (voir figure 4).

NOTE 1 Les modèles supposant une durée nulle du temps de panne sont utilisés soit lorsque le temps de disponibilité de l'entité est le seul intervalle de temps à prendre en compte pour évaluer le fonctionnement de l'entité, soit lorsque le temps de panne est assez court pour être négligeable.

NOTE 2 Toutes les expressions mathématiques des caractéristiques de fiabilité concernant la durée de fonctionnement avant la première défaillance d'une entité non réparée sont aussi applicables à chaque durée de fonctionnement avant défaillance d'une entité réparée en fonctionnement continu.



Légende

$N(t)$ Nombre de défaillances pendant l'intervalle de temps (0, t)

$S_{F,1}$, $S_{F,2}$, $S_{F,3}$ ... Instants successifs de défaillance

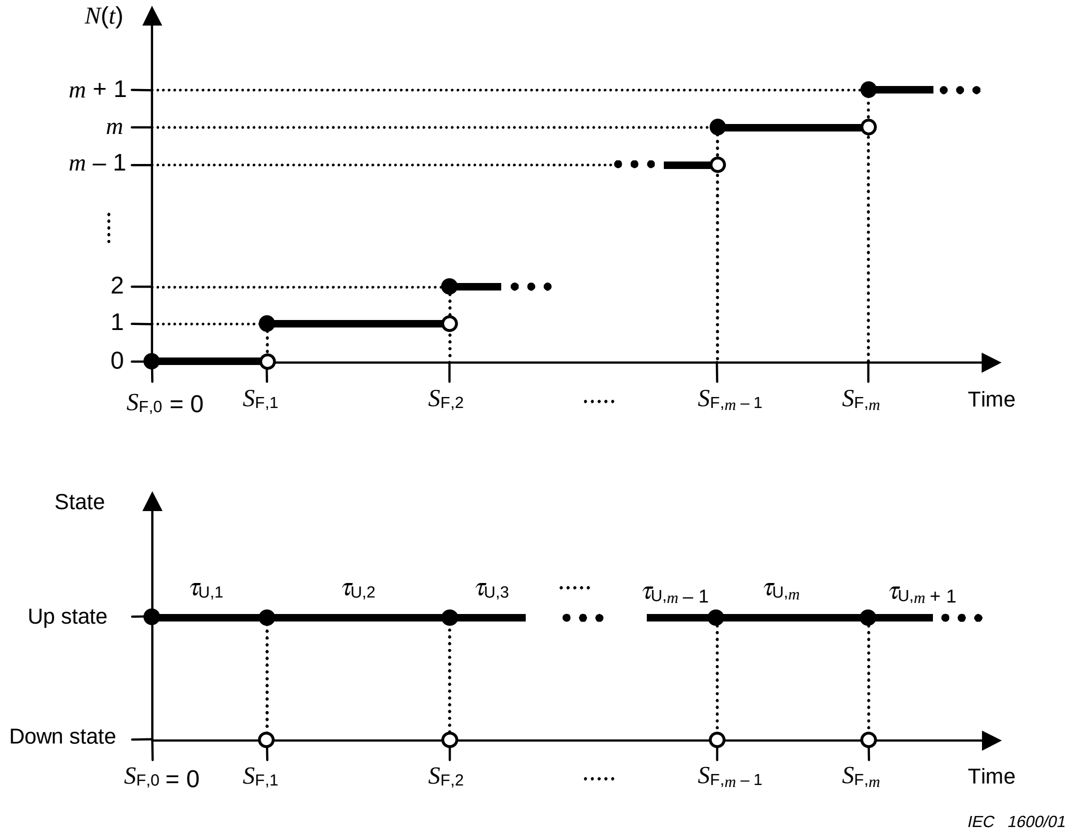
$\tau_{U,1}$, $\tau_{U,2}$, $\tau_{U,3}$ ... Durées des temps de disponibilité successifs

Figure 2 – Exemple représentatif d'entité réparée à temps de panne nul

The expressions for reliability measures of continuously operating repaired items may not be true for IOIs (see figure 4).

NOTE 1 Models assuming zero time to restoration are used when either the up time of the item is the only time of interest in assessing the performance of the item, or the time to restoration is so short that it is negligible.

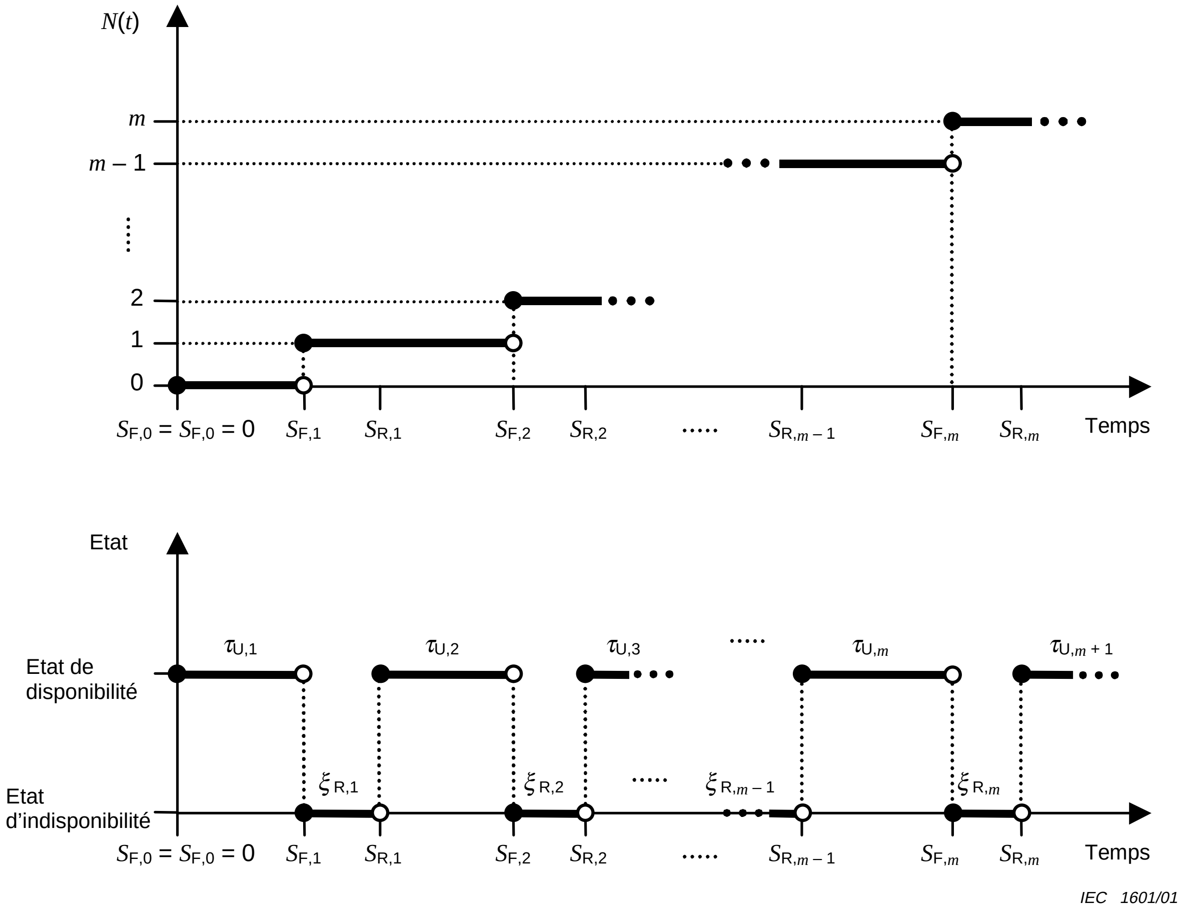
NOTE 2 All mathematical expressions for the reliability measures relating to the time to failure of a non-repaired item may also be applied to each time to failure of a continuously operating repaired item.



Key

$N(t)$	Number of failures during the time interval (0, t)
$S_{F,1}$, $S_{F,2}$, $S_{F,3}$ …	Consecutive instants of failure
$\tau_{U,1}$, $\tau_{U,2}$, $\tau_{U,3}$ …	Consecutive up times

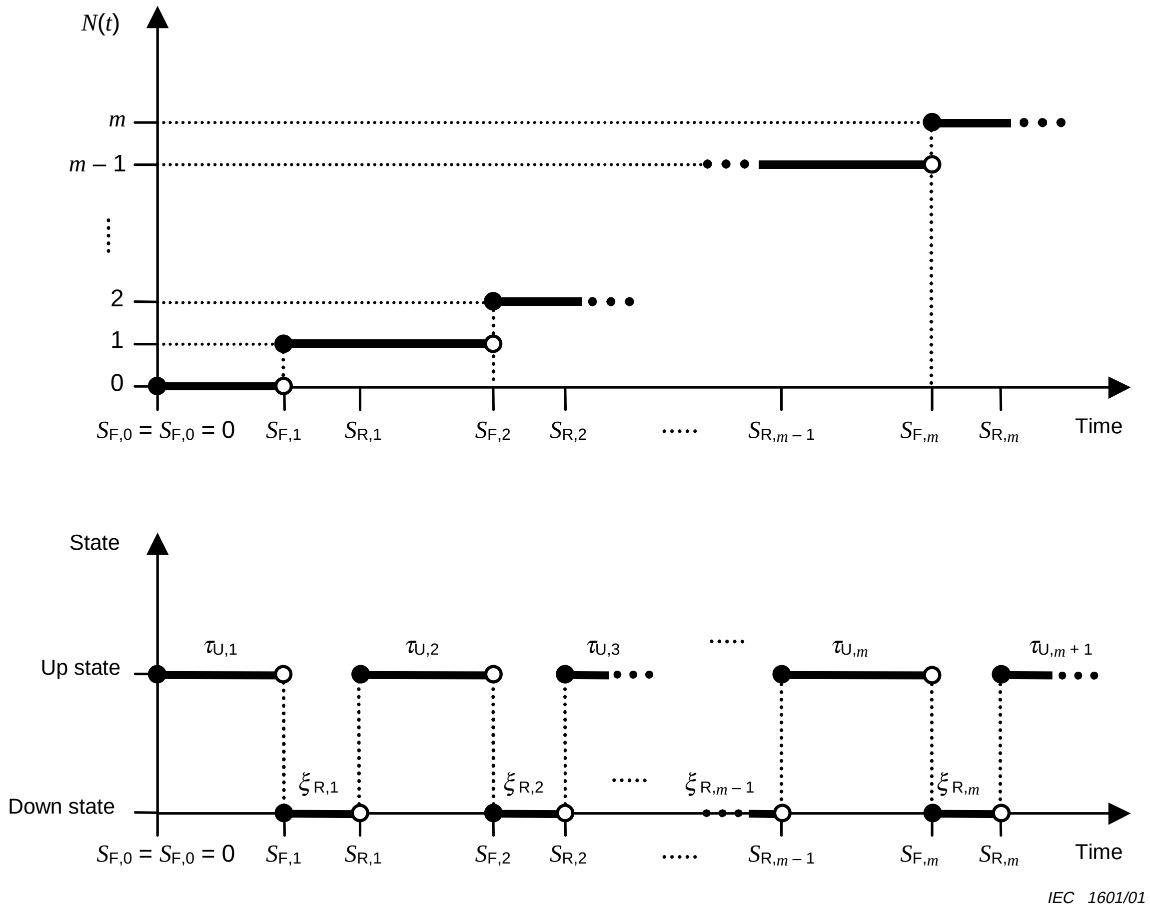
Figure 2 – Sample realization of a repaired item with zero time to restoration



Légende

$N(t)$	Nombre de défaillances pendant l'intervalle de temps (0, t)
$S_{F,1}$, $S_{F,2}$, $S_{F,3}$ ...	Instants successifs de défaillance
$S_{R,1}$, $S_{R,2}$, $S_{R,3}$ ...	Instants successifs de rétablissement
$\tau_{U,1}$ $\tau_{U,2}$, $\tau_{U,3}$ ...	Durées des temps de disponibilité successifs
$\xi_{R,1}$, $\xi_{R,2}$, $\xi_{R,3}$ ...	Durées des temps de pannes successifs

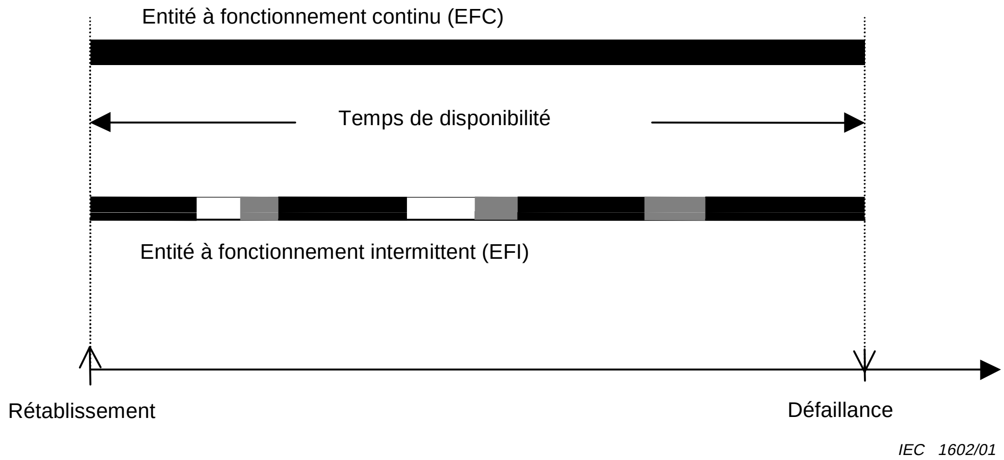
Figure 3 – Exemple représentatif d'entité réparée à temps de panne non nul



Key

$N(t)$	Number of failures during the time interval (0, t)
$S_{F,1}$, $S_{F,2}$, $S_{F,3}$ ...	Consecutive instants of failure
$S_{R,1}$, $S_{R,2}$, $S_{R,3}$ ...	Consecutive instants of restoration
$\tau_{U,1}$ $\tau_{U,2}$, $\tau_{U,3}$ ...	Consecutive up times
$\xi_{R,1}$, $\xi_{R,2}$, $\xi_{R,3}$ ...	Consecutive times to restoration

Figure 3 – Sample realization of a repaired item with non-zero time to restoration



Légende

- Temps de fonctionnement [191-09-01]
- Temps d'attente [191-09-05]
- Temps mort [191- 09-06]

Figure 4 – Comparaison d'un temps de disponibilité pour une EFC et une EFI

6 Expressions mathématiques

6.1 Entités non réparées

6.1.1 Présentation

Toutes les expressions de 6.1 ne sont applicables qu'à des EFC.

Pour chaque caractéristique, on présente ce qui suit:

a) l'expression générique;

b) l'expression la plus usuelle (pour une durée de fonctionnement avant défaillance de l'entité obéissant à une loi de probabilité exponentielle);

c) un exemple d'application simple, si nécessaire.

6.1.2 **Fiabilité** [191-12-01]

(Symbole $R(t_1, t_2)$, $0 \le t_1 < t_2$)

Pour des entités non réparées, la fiabilité $R(t_1, t_2)$ pendant un intervalle de temps donné (t_1, t_2), $0 \le t_1 < t_2$, est équivalente à la fiabilité $R(0, t_2)$ pendant l'intervalle de temps $(0, t_2)$ et est donc peu employée. Des caractéristiques plus utiles sont la fonction de fiabilité $R(t) = R(0, t)$ et la fiabilité conditionnelle $R(t, t + x \mid t)$.

a) $$R(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(x)\,\mathrm{d}x\right) = \int_t^\infty f(x)\,\mathrm{d}x$$

où

$\lambda(x)$ est le taux de défaillance instantané de l'entité;

$f(x)$ est la fonction de densité de probabilité de la durée de fonctionnement avant défaillance de l'entité, c'est-à-dire $f(x)\Delta x$ est approximativement la probabilité que la défaillance de l'entité survienne pendant l'intervalle $(x, x + \Delta x)$.

NOTE Si des données de défaillance observées sont disponibles pour n entités non réparées, la valeur estimée de $R(t)$ est donnée par la formule

$$\hat{R}(t) = \frac{n_S(t)}{n}$$

où

$n_S(t)$ est le nombre d'entités qui sont encore opérationnelles à l'instant t ($n_S(0) = n$).

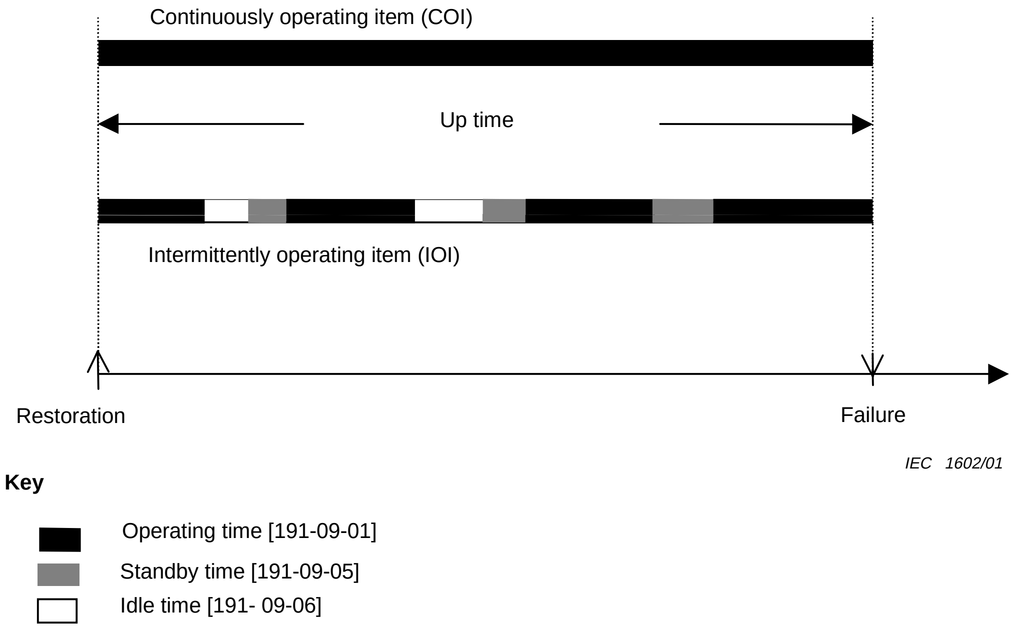


Figure 4 – Comparison of an up time for a COI and an IOI

6 Mathematical expressions

6.1 Non-repaired items

6.1.1 Presentation

All expressions in 6.1 are applicable to COIs only.

For each measure, the following are presented:

a) the generic expression;

b) the most common expression (for exponentially distributed time to failure of the item);

c) a simple example of application where necessary.

6.1.2 **Reliability** [191-12-01]

(Symbol $R(t_1, t_2)$, $0 \le t_1 < t_2$)

For non-repaired items, the reliability $R(t_1, t_2)$ for a given time interval (t_1, t_2), $0 \le t_1 < t_2$, is equivalent to the reliability $R(0, t_2)$ for the time interval $(0, t_2)$ and therefore is not often used. More useful are the reliability function $R(t) = R(0, t)$ and the conditional reliability $R(t, t + x \mid t)$.

a) $$R(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(x)\,\mathrm{d}x\right) = \int_t^\infty f(x)\,\mathrm{d}x$$

where

$\lambda(x)$ is the instantaneous failure rate of the item;

$f(x)$ is the probability density function of the time to failure of the item, i.e. $f(x)\Delta x$ is approximately the probability that the failure of the item will occur during $(x, x + \Delta x)$.

NOTE If observed failure data are available for n non-repaired items, the estimated value of $R(t)$ is given by

$$\hat{R}(t) = \frac{n_S(t)}{n}$$

where

$n_S(t)$ is the number of items which are still operational at the instant of time t ($n_S(0) = n$).

La probabilité que l'entité subisse une défaillance pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2), $0 \leq t_1 < t_2$, est donnée par la formule

$$R(t_1) - R(t_2) = \int_{t_1}^{t_2} f(t)\,\mathrm{d}t$$

La fiabilité conditionnelle $R(t,\ t + x \mid t)$ est définie comme étant la probabilité conditionnelle qu'une entité puisse accomplir une fonction requise pendant un intervalle de temps donné $(t,\ t + x)$ à condition que l'entité soit dans un état de fonctionnement au début de l'intervalle. (Voir [8][1], page 44.)

$$R(t,\ t + x \mid t) = \exp\left(-\int_{t}^{t+x} \lambda(t)\,\mathrm{d}t\right) = \frac{R(t + x)}{R(t)}$$

b) Lorsque $\lambda(t) = \lambda$ = constante, c'est-à-dire lorsque la durée de fonctionnement avant défaillance (à partir d'un état de fonctionnement) obéit à une loi exponentielle, on a

$$R(t) = \exp(-\lambda t)$$

$$R(t,\ t + x \mid t) = \exp(-\lambda x)$$

c) Pour une entité ayant un taux de défaillance constant de un événement par année de fonctionnement et une durée requise de fonctionnement de six mois, la fiabilité est

$$R(6 \text{ mois}) = \exp\left(-1 \times \frac{6}{12}\right) = 0{,}606\ 5$$

6.1.3 **Taux instantané de défaillance** [191-12-02]

(Symbole $\lambda(t)$)

a)

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{1}{\Delta t} \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{R(t)}$$

La quantité $\lambda(t)\Delta t$ est approximativement la probabilité conditionnelle qu'une défaillance de l'entité survienne pendant l'intervalle de temps $(t,\ t + \Delta t)$, en supposant que l'entité ait survécu jusqu'à l'instant t.

NOTE Si des données de défaillance observées sont disponibles pour n entités non réparées, la valeur estimée de $\lambda(t)$ à l'instant t est donnée par la formule

$$\hat{\lambda}(t) = \frac{n_{\mathrm{S}}(t) - n_{\mathrm{S}}(t + \Delta t)}{n_{\mathrm{S}}(t)\Delta t}$$

où

$n_{\mathrm{S}}(t)$ est le nombre d'entités qui sont encore opérationnelles à l'instant t ($n_{\mathrm{S}}(0) = n$);

$n_{\mathrm{S}}(t) - n_{\mathrm{S}}(t + \Delta t)$ est le nombre d'entités qui ont subi une défaillance pendant l'intervalle de temps $(t,\ t + \Delta t)$.

Il convient de noter que la valeur estimée de la fonction de densité de probabilité $f(t)$ de la durée de fonctionnement avant défaillance est, à l'instant t

$$\hat{f}(t) = \frac{n_{\mathrm{S}}(t) - n_{\mathrm{S}}(t + \Delta t)}{n\Delta t}$$

La probabilité que l'entité subisse une défaillance pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2) est donnée par

$$R(t_1) - R(t_2) = \exp\left(-\int_0^{t_1} \lambda(t)\mathrm{d}t\right) - \exp\left(-\int_0^{t_2} \lambda(t)\mathrm{d}t\right)$$

[1] Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie.

The probability that the item will fail during the time interval (t_1, t_2), $0 \le t_1 < t_2$, is given by

$$R(t_1) - R(t_2) = \int_{t_1}^{t_2} f(t)\,\mathrm{d}t$$

The conditional reliability, $R(t,\ t + x \mid t)$, is defined as the conditional probability that an item can perform a required function for a given time interval (t, $t + x$) provided that the item is in an operating state at the beginning of the time interval. (See [8][1], page 44.)

$$R(t, t + x \mid t) = \exp\left(-\int_{t}^{t+x} \lambda(t)\,\mathrm{d}t\right) = \frac{R(t + x)}{R(t)}$$

b) When $\lambda(t) = \lambda =$ constant, i.e. when the (operating) time to failure is exponentially distributed

$$R(t) = \exp(-\lambda t)$$

$$R(t,\ t + x \mid t) = \exp(-\lambda x)$$

c) For an item with a constant failure rate of one occurrence per operating year and a required time of operation of six months, the reliability is given by

$$R(6\ \text{months}) = \exp(-1 \times \frac{6}{12}) = 0{,}606\,5$$

6.1.3 **Instantaneous failure rate** [191-12-02]

(Symbol $\lambda(t)$)

a)

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{1}{\Delta t} \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{R(t)}$$

The quantity $\lambda(t)\Delta t$ is approximately the conditional probability that failure of the item will occur during (t, $t + \Delta t$), given that the item has survived to time t.

NOTE If observed failure data are available for n non-repaired items, the estimated value of $\lambda(t)$ at time t is given by

$$\hat{\lambda}(t) = \frac{n_{\mathrm{S}}(t) - n_{\mathrm{S}}(t + \Delta t)}{n_{\mathrm{S}}(t)\Delta t}$$

where

$n_{\mathrm{S}}(t)$ is the number of items that are still operational at the instant of time t ($n_{\mathrm{S}}(0) = n$);

$n_{\mathrm{S}}(t) - n_{\mathrm{S}}(t + \Delta t)$ is the number of items that fail in the time interval (t, $t + \Delta t$).

It should be noted that the estimated value of the failure density function $f(t)$, at time t, is given by

$$\hat{f}(t) = \frac{n_{\mathrm{S}}(t) - n_{\mathrm{S}}(t + \Delta t)}{n\Delta t}$$

The probability that the item will fail during the time interval (t_1, t_2) is given by

$$R(t_1) - R(t_2) = \exp\left(-\int_0^{t_1} \lambda(t)\mathrm{d}t\right) - \exp\left(-\int_0^{t_2} \lambda(t)\mathrm{d}t\right)$$

[1] Figures in square brackets refer to the bibliography.

b) Lorsque la durée de fonctionnement avant défaillance obéit à une loi exponentielle, on a

$$f(t) = \lambda \exp(-\lambda t)$$

et

$$R(t) = \exp(-\lambda t)$$

par conséquent

$$\lambda(t) = \lambda$$

pour toutes les valeurs de t.

NOTE Si des données de défaillance observées sont disponibles pour n entités non réparées à taux de défaillance constant, la valeur estimée de λ est donnée par la formule

$$\hat{\lambda} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \mathrm{TTF}_i}$$

où

TTF_i est la durée de fonctionnement avant défaillance de l'entité i.

c) Pour 10 entités non réparées à taux de défaillance constant, la durée de fonctionnement totale observée jusqu'à défaillance de toutes les entités est $\sum_{i=1}^{10} \mathrm{TTF}_i = 2$ ans. Par conséquent

$$\lambda = \frac{10}{2} = 5 \text{ défaillances par an}$$

Si la durée de fonctionnement avant défaillance d'une entité non réparée obéit à une loi de Weibull à deux paramètres, un paramètre d'échelle $\alpha > 0$ et un paramètre de forme $\beta > 0$, alors

$$R(t) = \exp(-(\alpha t)^{\beta})$$

et

$$f(t) = \frac{-\mathrm{d}R(t)}{\mathrm{d}t} = \alpha\beta\,(\alpha t)^{\beta-1} \exp(-(\alpha t)^{\beta})$$

par conséquent

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \alpha\beta\,(\alpha t)^{\beta-1}$$

(Voir [8], page 371.)

Pour $\beta = 2$ et $\alpha = 0{,}5$ par an

$\lambda(6 \text{ mois}) = 0{,}5 \times 2 \times (0{,}5 \times \frac{6}{12}) = 0{,}25$ défaillance par an

$\lambda(1 \text{ an}) = 0{,}5 \times 2 \times (0{,}5 \times 1) = 0{,}5$ défaillance par an

6.1.4 **Taux moyen de défaillance** [191-12-03]

(Symbole $\bar{\lambda}(t_1, t_2)$, $0 \le t_1 < t_2$)

a)

$$\bar{\lambda}(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \lambda(t)\,\mathrm{d}t = \frac{1}{t_2 - t_1} \ln \frac{R(t_1)}{R(t_2)}$$

b) Lorsque la durée de fonctionnement avant défaillance obéit à une loi exponentielle, on a

$$\bar{\lambda}(t_1, t_2) = \lambda$$

pour toutes les valeurs de t_1 et t_2.

b) When the time to failure is exponentially distributed,

$$f(t) = \lambda \exp(-\lambda t)$$

and

$$R(t) = \exp(-\lambda t)$$

hence

$$\lambda(t) = \lambda$$

for all values of t.

NOTE If observed failure data are available for n non-repaired items with constant failure rate, then the estimated value of λ is given by

$$\hat{\lambda} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \mathrm{TTF}_i}$$

where

TTF_i is the time to failure of item i.

c) For 10 non-repaired items with a constant failure rate, the observed total operating time to failures of all the items is $\sum_{i=1}^{10} \mathrm{TTF}_i$ = 2 years. Hence

$$\lambda = \frac{10}{2} = 5 \text{ failures per year}$$

If the time to failure of a non-repaired item has a two-parameter Weibull distribution with scale parameter $\alpha > 0$ and shape parameter $\beta > 0$, then

$$R(t) = \exp(-(\alpha t)^{\beta})$$

and

$$f(t) = \frac{-\mathrm{d}R(t)}{\mathrm{d}t} = \alpha\beta\,(\alpha t)^{\beta-1} \exp(-(\alpha t)^{\beta})$$

hence

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \alpha\beta\,(\alpha t)^{\beta-1}$$

(See [8], page 371.)

For β = 2 and α = 0,5 per year

λ(6 months) = 0,5 × 2 × (0,5 × $\frac{6}{12}$) = 0,25 failures per year

λ(1 year) = 0,5 × 2 × (0,5 × 1) = 0,5 failures per year

6.1.4 Mean failure rate [191-12-03]

(Symbol $\bar{\lambda}(t_1, t_2)$, $0 \le t_1 < t_2$)

a)

$$\bar{\lambda}(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} \lambda(t)\,\mathrm{d}t = \frac{1}{t_2 - t_1} \ln \frac{R(t_1)}{R(t_2)}$$

b) When the time to failure is exponentially distributed

$$\bar{\lambda}(t_1, t_2) = \lambda$$

for all values of t_1 and t_2.

c) Soit t_1 = 6 mois, $R(t_1)$ = 0,8 et t_2 = 12 mois, $R(t_2)$ = 0,5, alors

$$\bar{\lambda}(6,12) = \frac{1}{12-6} \ln \frac{0{,}8}{0{,}5} = \ln(1{,}6) / 6 = \frac{0{,}47}{6} = 0{,}078\ 3 \text{ défaillance par mois}$$

tandis que (avec ($R(0)$ = 1)

$$\bar{\lambda}(0,6) = \frac{1}{6-0} \ln \frac{1}{0{,}8} = \ln(1{,}25) / 6 = \frac{0{,}223\,1}{6} = 0{,}037\ 2 \text{ défaillance par mois}$$

6.1.5 Durée moyenne de fonctionnement avant défaillance [191-12-07]
MTTF (abréviation)

a)

$$\text{MTTF} = \int_0^\infty t f(t)\,\mathrm{d}t = \int_0^\infty R(t)\,\mathrm{d}t$$

NOTE Si des données de défaillance observées sont disponibles pour n entités non réparées, la valeur estimée de MTTF est donnée par la formule

$$\widehat{\text{MTTF}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \text{TTF}_i}{n}$$

où

TTF_i est la durée de fonctionnement avant défaillance de l'entité i.

b) Lorsque la durée de fonctionnement avant défaillance obéit à une loi exponentielle,

$$\text{MTTF} = \frac{1}{\lambda}$$

c) Pour une entité non réparée à taux de défaillance constant de deux événements par quatre ans de temps de fonctionnement,

$$\text{MTTF} = 2 \text{ ans} = 17\ 520 \text{ h}$$

Si la durée de fonctionnement avant défaillance d'une entité non réparée obéit à une loi de Weibull à deux paramètres, un paramètre d'échelle α > 0 et un paramètre de forme β > 0, alors

$$R(t) = \exp\left(-(\alpha t)^{\beta}\right)$$

et

$$\text{MTTF} = \frac{\Gamma(1+\frac{1}{\beta})}{\alpha}$$

où

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} \mathrm{e}^{-t}\,\mathrm{d}t$$

est la fonction gamma complète. (Voir [8], page 372.)

Pour β = 2 et α = 0,5 par an,

$$\text{MTTF} = \frac{\Gamma(1+\frac{1}{2})}{0{,}5} = 2 \times \Gamma(1+\frac{1}{2})$$

mais

$$\Gamma(1+\frac{1}{2}) = \Gamma(\frac{1}{2}) / 2 = \sqrt{\pi} / 2$$

donc

$$\text{MTTF} = \sqrt{\pi} \approx 1{,}772\ 5 \text{ an} = 21{,}27 \text{ mois}$$

c) Let t_1 = 6 months, $R(t_1)$ = 0,8 and t_2 = 12 months, $R(t_2)$ = 0,5, then

$$\bar{\lambda}(6,12) = \frac{1}{12-6} \ln \frac{0{,}8}{0{,}5} = \ln(1{,}6)/6 = \frac{0{,}47}{6} = 0{,}078\,3 \text{ failures per month}$$

while ($R(0)$ = 1)

$$\bar{\lambda}(0,6) = \frac{1}{6-0} \ln \frac{1}{0{,}8} = \ln(1{,}25)/6 = \frac{0{,}223\,1}{6} = 0{,}037\,2 \text{ failures per month}$$

6.1.5 **Mean time to failure** [191-12-07]

MTTF (abbreviation)

a) $$\text{MTTF} = \int_0^\infty t f(t)\,\mathrm{d}t = \int_0^\infty R(t)\,\mathrm{d}t$$

NOTE If observed failure data are available for n non-repaired items, then an estimate of MTTF is given by

$$\widehat{\text{MTTF}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \text{TTF}_i}{n}$$

where

TTF_i is the time to failure of item i.

b) When the time to failure is exponentially distributed,

$$\text{MTTF} = \frac{1}{\lambda}$$

c) For a non-repaired item with a constant failure rate of two failures per four years of operating time,

$$\text{MTTF} = 2 \text{ years} = 17\,520 \text{ h}$$

If the time to failure of a non-repaired item has a two-parameter Weibull distribution with a scale parameter $\alpha > 0$ and shape parameter $\beta > 0$, then

$$R(t) = \exp(-(\alpha t)^\beta)$$

and

$$\text{MTTF} = \frac{\Gamma(1+\frac{1}{\beta})}{\alpha}$$

where

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} \mathrm{e}^{-t}\,\mathrm{d}t$$

is the complete gamma function. (See [8], page 372.)

For $\beta = 2$ and α = 0,5 per year:

$$\text{MTTF} = \frac{\Gamma(1+\frac{1}{2})}{0{,}5} = 2 \times \Gamma(1+\frac{1}{2})$$

but

$$\Gamma(1+\frac{1}{2}) = \Gamma(\frac{1}{2})/2 = \sqrt{\pi}/2$$

hence

$$\text{MTTF} = \sqrt{\pi} \approx 1{,}772\,5 \text{ years} = 21{,}27 \text{ months}$$

6.2 Entités réparées à temps de panne nul

6.2.1 Présentation

Toutes les expressions de 6.2 sont applicables à des EFC. Lorsqu'elles sont également applicables à des EFI, cela est mentionné.

Pour chaque caractéristique, on présente ce qui suit:

a) l'expression générique;

b) l'expression la plus usuelle (lorsque les durées de fonctionnement avant défaillance de l'entité obéissent à une loi de probabilité exponentielle);

c) un exemple d'application simple, si nécessaire.

6.2.2 Fiabilité [191-12-01]

(Symbole $R(t_1, t_2)$, $0 \leq t_1 < t_2$)

a) La fiabilité d'une entité pendant un intervalle de temps (t_1, t_2) peut s'écrire (voir [10], page 105):

$$R(t_1, t_2) = R(t_2) + \int_0^{t_1} R(t_2 - t)\, z(t)\,\mathrm{d}t$$

où

le premier terme, $R(t_2)$, représente la probabilité de survie jusqu'à l'instant t_2, et le second terme représente la probabilité qu'une défaillance survienne à l'instant t ($t < t_1$) et, qu'après rétablissement immédiat, l'entité survive jusqu'à l'instant t_2;

$z(t)$ est l'intensité instantanée de défaillance (densité de renouvellement) de l'entité, c'est-à-dire $z(t)\Delta t$ est approximativement la probabilité (inconditionnelle) qu'une défaillance de l'entité survienne pendant l'intervalle ($t, t + \Delta t$);

$R(t) = R(0, t)$ est la fonction de fiabilité de l'entité

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(s)\mathrm{d}s$$

où $f(t)$ est la fonction de densité de probabilité des durées de fonctionnement avant défaillance de l'entité (appelée aussi densité de probabilité des défaillances), c'est-à-dire $f(t)\Delta t$ est approximativement la probabilité que l'entité subisse une défaillance pendant l'intervalle de temps ($t, t + \Delta t$). De façon plus précise, c'est approximativement la probabilité qu'un temps de fonctionnement donné se termine par une défaillance pendant l'intervalle de temps ($t, t + \Delta t$), en supposant que ce temps de fonctionnement a commencé à l'instant $t = 0$.

NOTE 1 $R(t_1, t_2)$ est parfois appelée fiabilité d'intervalle.

NOTE 2 Si des données de défaillance observées sont disponibles pour n entités réparées, la valeur estimée de $R(t_1, t_2)$ est donnée par la formule

$$\hat{R}(t_1, t_2) = \frac{n_S(t_1, t_2)}{n}$$

où

n_S (t_1, t_2) est le nombre d'entités qui étaient opérationnelles à l'instant t_1 et n'ont pas subi de défaillance pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2).

En posant $t_1 = t$ et $t_2 = t + x$, on peut obtenir la fiabilité asymptotique (voir [10], page 106).

$$\lim_{t \to \infty} R(t, t + x) = \frac{1}{\mathrm{MTTF}} \int_x^{\infty} R(s)\,\mathrm{d}\,s$$

où MTTF est la durée moyenne de fonctionnement avant défaillance.

Cette expression peut être utilisée, pour de grandes valeurs de t, comme approximation de $R(t, t + x)$. (Voir [8], page 399.)

6.2 Repaired items with zero time to restoration

6.2.1 Presentation

All expressions in 6.2 are applicable to COIs. Where they are applicable to IOIs, this is stated.

For each measure, the following are presented:

a) the generic expression;

b) the most common expression (for the cases when the times to failure of the item are exponentially distributed);

c) a simple example of application where necessary.

6.2.2 Reliability [191-12-01]

(Symbol $R(t_1, t_2)$, $0 \le t_1 < t_2$)

a) The reliability of an item for the time interval (t_1, t_2) may be written as (see [10], page 105):

$$R(t_1, t_2) = R(t_2) + \int_0^{t_1} R(t_2 - t)\, z(t)\, \mathrm{d}t$$

where

the first term, $R(t_2)$, represents the probability of survival to time t_2, and the second term represents the probability of failing at time t ($t < t_1$) and, after immediate restoration, surviving to time t_2;

$z(t)$ is the instantaneous failure intensity (renewal density) of the item, i.e. $z(t)\Delta t$ is approximately the (unconditional) probability that a failure of the item occurs during $(t, t + \Delta t)$, and

$R(t) = R(0, t)$ is the reliability function of the item

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(s)\mathrm{d}s$$

where $f(t)$ is the probability density function (also referred to as the failure density function) of the times to failure of the item, i.e. $f(t)\Delta t$ is approximately the probability that the item fails during the time interval $(t, t + \Delta t)$. More precisely, it is approximately the probability that a given time to failure terminates in the time interval $(t, t + \Delta t)$, assuming that the time to failure started at time $t = 0$.

NOTE 1 $R(t_1, t_2)$ is sometimes referred to as the interval reliability.

NOTE 2 If observed failure data are available for n repaired items, then an estimate of $R(t_1, t_2)$ is given by

$$\hat{R}(t_1, t_2) = \frac{n_{\mathrm{S}}(t_1, t_2)}{n}$$

where

$n_{\mathrm{S}}(t_1, t_2)$ is the number of items that were operational at the instant of time t_1 and did not fail during the time interval (t_1, t_2).

By setting $t_1 = t$ and $t_2 = t + x$, one can obtain the asymptotic reliability (see [10], page 106).

$$\lim_{t \to \infty} R(t, t + x) = \frac{1}{\mathrm{MTTF}} \int_x^{\infty} R(s)\, \mathrm{d}\, s$$

where MTTF is the mean time to failure.

This expression can be used, for large values of t, as an approximation of the $R(t, t + x)$. (See [8], page 399.)

b) Lorsque $\lambda(t) = \lambda$ et est constant, c'est-à-dire lorsque les durées de fonctionnement avant défaillance obéissent à une loi exponentielle, on a

$$R(t_1,\ t_2) = \exp\ (-\lambda \times (t_2 - t_1))$$

Dans ce cas, la fiabilité asymptotique est donnée par

$$\lim_{t \to \infty} R(t,\, t + x) = \exp\ (-\lambda x)$$

c) Pour une entité réparée à taux de défaillance constant d'un événement par année de fonctionnement et une période requise de fonctionnement sans défaillance de six mois, la fiabilité est

$$R(t,\ t + 6) = \exp\ (-1 \times \frac{6}{12}) = 0{,}606\,5$$

où t est l'instant de début de la période requise.

6.2.3 Intensité instantanée de défaillance [191-12-04]

(Symbole $z(t)$)

Les expressions contenues dans le présent paragraphe sont aussi applicables aux EFI.

a) Par définition [191-12-04], $z(t)$ est la dérivée de l'espérance mathématique du nombre de défaillances, $Z(t) = E[N(t)]$, pendant l'intervalle de temps (0, t), où $N(t)$ est le nombre de défaillances pendant l'intervalle de temps (0, t) et E représente l'espérance mathématique.

$$z(t) = \lim_{\Delta t \to 0+} \frac{Z(t + \Delta t) - Z(t)}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}Z(t)}{\mathrm{d}t}$$

D'après la théorie du renouvellement (voir [8], page 395), on peut écrire $z(t)$ sous la forme

$$z(t) = \sum_{n=1}^{\infty} h_{\mathrm{CTTF}}^{(n)}(t)$$

où $h_{\mathrm{CTTF}}^{(n)}(t)$ est la fonction de densité de probabilité de la durée totale jusqu'à la $n^{\text{ième}}$ défaillance de l'entité. Cette quantité peut être calculée par les formules de récurrence suivantes:

$$h_{\mathrm{CTTF}}^{(1)}(t) = f_{\mathrm{U}}(t)$$

$$h_{\mathrm{CTTF}}^{(n)}(t) = \int_0^t f_{\mathrm{U}}(x)\, h_{\mathrm{CTTF}}^{(n-1)}(t - x)\,\mathrm{d}x \text{, pour } n > 1$$

où $f_{\mathrm{U}}(t)$ est la fonction de densité de probabilité des durées des temps de disponibilité de l'entité, c'est-à-dire $f_{\mathrm{U}}(t)\Delta t$ est approximativement la probabilité qu'un temps de disponibilité donné de l'entité se termine pendant l'intervalle (t, $t + \Delta t$), en supposant que le temps de disponibilité a commencé à l'instant $t = 0$.

NOTE 1 Soit $\tau_{\mathrm{U},1}$, $\tau_{\mathrm{U},2}, \ldots,$ $\tau_{\mathrm{U},n}$ les durées des temps de disponibilité successifs (τ_{U}) de l'entité. Alors $h_{\mathrm{CTTF}}^{(n)}(t)$ est la densité de probabilité de la somme

$$\tau_{\mathrm{U},1} + \tau_{\mathrm{U},2} + \ldots + \tau_{\mathrm{U},n-1} + \tau_{\mathrm{U},n}$$

NOTE 2 L'intensité instantanée de défaillance, $z(t)$, satisfait à l'équation intégrale suivante (voir [9], page 54):

$$z(t) = f_{\mathrm{U}}(t) + \int_0^t f_{\mathrm{U}}(t - s)\, z(s)\,\mathrm{d}s$$

qui peut être résolue par des méthodes numériques.

b) When $\lambda(t) = \lambda$ and is constant, i.e. when the times to failure are exponentially distributed,

$$R(t_1, t_2) = \exp(-\lambda \times (t_2 - t_1))$$

In this case, the asymptotic reliability is given by

$$\lim_{t\to\infty} R(t, t+x) = \exp(-\lambda x)$$

c) For a repaired item with a constant failure rate of one failure per operating year and a required time of operation without failure of six months, the reliability is given by

$$R(t, t+6) = \exp\left(-1 \times \frac{6}{12}\right) = 0{,}606\,5$$

where t is the starting point of the required time.

6.2.3 **Instantaneous failure intensity** [191-12-04]
(Symbol $z(t)$)

The expressions included in this subclause also apply to IOIs.

a) By definition [191-12-04], $z(t)$ is the derivative of the expected number of failures, $Z(t) = E[N(t)]$, in the time interval (0, t) where $N(t)$ is the number of failures during the time interval (0, t) and E denotes the expectation.

$$z(t) = \lim_{\Delta t \to 0+} \frac{Z(t+\Delta t) - Z(t)}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}Z(t)}{\mathrm{d}t}$$

From the renewal theory (see [8], page 395), it follows that $z(t)$ may be written as

$$z(t) = \sum_{n=1}^{\infty} h_{\mathrm{CTTF}}^{(n)}(t)$$

where $h_{\mathrm{CTTF}}^{(n)}(t)$ is the probability density function of calendar time until the nth failure of the item. This may be calculated by the following recursive relationship:

$$h_{\mathrm{CTTF}}^{(1)}(t) = f_{\mathrm{U}}(t)$$

$$h_{\mathrm{CTTF}}^{(n)}(t) = \int_0^t f_{\mathrm{U}}(x)\, h_{\mathrm{CTTF}}^{(n-1)}(t-x)\,\mathrm{d}x \text{, for } n > 1$$

where $f_{\mathrm{U}}(t)$ is the probability density function of the up times of the item, i.e. $f_{\mathrm{U}}(t)\Delta t$ is approximately the probability that a given up time of the item terminates during (t, $t + \Delta t$), assuming that the up time started at time $t = 0$.

NOTE 1 Let $\tau_{\mathrm{U},1}$, $\tau_{\mathrm{U},2}$,..., $\tau_{\mathrm{U},n}$, be consecutive up times (τ_{U}) of the item. Then $h_{\mathrm{CTTF}}^{(n)}(t)$ is the probability density function of the sum

$$\tau_{\mathrm{U},1} + \tau_{\mathrm{U},2} + \ldots + \tau_{\mathrm{U},n-1} + \tau_{\mathrm{U},n}$$

NOTE 2 The instantaneous failure intensity, $z(t)$, satisfies the following integral equation (see [9], page 54):

$$z(t) = f_{\mathrm{U}}(t) + \int_0^t f_{\mathrm{U}}(t-s)\, z(s)\,\mathrm{d}s$$

which may be solved by numerical methods.

NOTE 3 Si des données de défaillance observées sont disponibles pour n entités réparées, une estimation de $z(t)$ est

$$\hat{z}(t) = \frac{n_F(t, t+\Delta t)}{n\Delta t}$$

où

n_F $(t,\ t + \Delta t)$ est le nombre de défaillances observées pendant l'intervalle de temps $(t,\ t + \Delta t)$.

Lorsque l'entité est en fonctionnement continu, $f_U(t)$ est égal à $f(t)$.

La quantité $z(t)\Delta t$ est approximativement la probabilité (inconditionnelle) qu'une défaillance de l'entité survienne pendant l'intervalle $(t,\ t + \Delta t)$.

L'intensité de défaillance asymptotique $z(\infty)$ est donnée par

$$z(\infty) = \lim_{t \to \infty} z(t) = \frac{1}{\text{temps moyen entre défaillances}}$$

où le temps moyen entre défaillances est fondé sur le temps total. En faisant des hypothèses appropriées sur $f_U(t)$, l'équation ci-dessus résulte du théorème de la densité de renouvellement (voir [8], page 399).

NOTE 4 En utilisant le théorème du renouvellement élémentaire (voir [8], page 399):

$$\lim_{t \to \infty} \frac{Z(t)}{t} = \frac{1}{\text{temps moyen entre défaillances}}$$

mais

$$Z(t) = \int_0^t z(s)\,\mathrm{d}s$$

par conséquent

$$z(\infty) = \lim_{t \to \infty} \frac{Z(t)}{t}$$

à condition que $z(\infty)$ existe (voir [5], page 191).

b) Lorsque les temps de disponibilité obéissent à une loi exponentielle, on a

$$z(t) = \lambda_U$$

Pour des entités à fonctionnement continu, λ_U est égal à λ.

6.2.4 **Intensité moyenne de défaillance** [191-12-05]

(Symbole $\bar{z}(t_1,\ t_2)$, $0 \le t_1 < t_2$)

Les expressions contenues dans le présent paragraphe sont aussi applicables aux EFI.

a)

$$\bar{z}(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} z(t)\,\mathrm{d}t$$

L'intégrale $\int_{t_1}^{t_2} z(t)\,\mathrm{d}t$ est égale à l'espérance mathématique du nombre de défaillances de l'entité pendant l'intervalle de temps $(t_1,\ t_2)$, donc $\bar{z}(t_1, t_2)$ peut être interprété comme l'espérance mathématique du nombre de défaillances par unité de temps pendant $(t_1,\ t_2)$.

NOTE Si des données de défaillance observées sont disponibles pour n entités réparées, une estimation de $\bar{z}(t_1,\ t_2)$ est

$$\hat{\bar{z}}(t_1,\ t_2) = \frac{n_F(t_1,\ t_2)}{(t_2 - t_1)\ n}$$

où

$n_F(t_1,\ t_2)$ est le nombre de défaillances observées pendant l'intervalle de temps $(t_1,\ t_2)$.

NOTE 3 If observed failure data are available for n repaired items, then an estimate of $z(t)$ is given by

$$\hat{z}(t) = \frac{n_F(t, t + \Delta t)}{n \Delta t}$$

where

$n_F(t, t + \Delta t)$ is the number of failures observed during the time interval $(t, t + \Delta t)$.

When the item operates continuously, $f_U(t)$ is equal to $f(t)$.

The quantity $z(t)\Delta t$ is approximately the (unconditional) probability that a failure of the item occurs during $(t, t + \Delta t)$.

The asymptotic failure intensity $z(\infty)$ is given by

$$z(\infty) = \lim_{t \to \infty} z(t) = \frac{1}{\text{mean time between failures}}$$

where the mean time between failures is based on calendar time. Under appropriate assumptions on $f_U(t)$, the above equation follows from the renewal density theorem (see [8], page 399).

NOTE 4 Using the elementary renewal theorem (see [8], page 399):

$$\lim_{t \to \infty} \frac{Z(t)}{t} = \frac{1}{\text{mean time between failures}}$$

but

$$Z(t) = \int_0^t z(s)\,\mathrm{d}s$$

hence

$$z(\infty) = \lim_{t \to \infty} \frac{Z(t)}{t}$$

provided that $z(\infty)$ exists (see [5], page 191).

b) When the up times are exponentially distributed,

$$z(t) = \lambda_U$$

For a continuously operating item, λ_U equals λ.

6.2.4 **Mean failure intensity** [191-12-05]

(Symbol $\bar{z}(t_1, t_2)$, $0 \le t_1 < t_2$)

The expressions included in this subclause also apply to IOIs.

a)

$$\bar{z}(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} z(t)\,\mathrm{d}t$$

The integral $\int_{t_1}^{t_2} z(t)\,\mathrm{d}t$ is equal to the expected number of failures of the item in the time interval (t_1, t_2), hence $\bar{z}(t_1, t_2)$ may be interpreted as the expected number of failures per time-unit in (t_1, t_2).

NOTE If observed failure data are available for n repaired items, then an estimate of $\bar{z}(t_1, t_2)$ is given by

$$\hat{\bar{z}}(t_1, t_2) = \frac{n_F(t_1, t_2)}{(t_2 - t_1)\,n}$$

where

$n_F(t_1, t_2)$ is the number of failures observed in the time interval (t_1, t_2).

En posant $t_1 = t$ et $t_2 = t + x$, l'intensité moyenne de défaillance asymptotique peut être obtenue:

$$\lim_{t \to \infty} \bar{z}(t, t + x) = \frac{1}{\text{temps moyen entre défaillances}}$$

Pour de grandes valeurs de t, elle peut être utilisée comme approximation de $\bar{z}(t, t + x)$. Cette égalité résulte directement du théorème de Blackwell (voir [8], page 399).

b) Lorsque les durées des temps de disponibilité obéissent à une loi exponentielle, on a

$$\bar{z}(t_1, t_2) = \lambda_U$$

Pour des entités à fonctionnement continu, λ_U est égal à λ.

6.2.5 Durée moyenne de fonctionnement avant défaillance [191-12-07]
MTTF (abréviation)

a)
$$\text{MTTF} = \int_0^\infty t f(t) \, \mathrm{d}t = \int_0^\infty R(t) \, \mathrm{d}t$$

NOTE Lorsque des durées observées de fonctionnement avant défaillance sont disponibles pour n entités, une estimation de MTTF est

$$\widehat{\text{MTTF}} = \frac{\text{durée totale de fonctionnement}}{k_F}$$
$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} (\text{durée de fonctionnement})_i}{k_F}$$

où

la durée totale de fonctionnement est le cumul des durées de fonctionnement des n entités pendant une période de temps donnée;

k_F est le nombre total de défaillances observées pendant la période de temps donnée;

(durée de fonctionnement)$_i$ est la durée de fonctionnement cumulée de la $i^{\text{ième}}$ entité pendant la période de temps donnée.

b) Lorsque les durées de fonctionnement avant défaillance obéissent à une loi exponentielle, on a

$$\text{MTTF} = \frac{1}{\lambda}$$

c) Pour une entité réparée à taux de défaillance constant de 0,5 événement par année de fonctionnement,

$$\text{MTTF} = 2 \text{ ans} = 17\,520 \text{ h}$$

6.2.6 Temps moyen entre défaillances [191-12-08]

Les expressions contenues dans le présent paragraphe sont aussi applicables aux EFI.

a) Temps moyen entre défaillances = TMD = $\int_0^\infty t f_U(t) \, \mathrm{d}t$

où $f_U(t)$ est la fonction de densité de probabilité des durées des temps de disponibilité de l'entité (qui comprennent les temps de fonctionnement, les temps morts, les temps d'attente et les temps d'incapacité externe).

NOTE Dans les cas où l'hypothèse de 5.3g) n'est pas valable, c'est-à-dire lorsque des opérations de maintenance préventive avec arrêt sont exécutées, le temps entre défaillances comprend les durées de ces opérations. Dans ce cas,

temps moyen entre défaillances > TMD

By setting $t_1 = t$ and $t_2 = t + x$, the asymptotic mean failure intensity can be obtained:

$$\lim_{t\to\infty} \bar{z}(t, t+x) = \frac{1}{\text{mean time between failures}}$$

which, for large values of t, can be used as an approximation of $\bar{z}(t, t+x)$. This equality is a direct consequence of Blackwell's theorem (see [8], page 399).

b) When the up times are exponentially distributed, then

$$\bar{z}(t_1, t_2) = \lambda_U$$

For a continuously operating item, λ_U equals λ.

6.2.5 Mean time to failure [191-12-07]
MTTF (abbreviation)

a)

$$\text{MTTF} = \int_0^\infty t f(t)\,\mathrm{d}t = \int_0^\infty R(t)\,\mathrm{d}t$$

NOTE When observed operating times to failure of n items are available, then an estimate of MTTF is given by

$$\widehat{\text{MTTF}} = \frac{\text{total operating time}}{k_F}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} (\text{operating time})_i}{k_F}$$

where

total operating time is the aggregate operating time of all n items during a given time period;

k_F is the total number of failures observed during the given time period;

(operating time)$_i$ is the aggregate operating time of the ith item during the given time period.

b) When the times to failure are exponentially distributed

$$\text{MTTF} = \frac{1}{\lambda}$$

c) For a repaired item with a constant failure rate of 0,5 failures per operating year

$$\text{MTTF} = 2 \text{ years} = 17\,520 \text{ h}$$

6.2.6 Mean time between failures [191-12-08]

The expressions included in this subclause also apply to IOIs.

a) Mean time between failures = MUT = $\int_0^\infty t f_U(t)\,\mathrm{d}t$

where $f_U(t)$ is the probability density function of the up times of the item (including its operating, idle, standby and external disabled times).

NOTE In cases where assumption 5.3g) is not valid, i.e. when function-preventing preventive actions are performed, the time between failures includes the times for such actions. In this case,

mean time between failures > MUT

Si l'entité est en fonctionnement continu,

temps moyen entre défaillances

= durée moyenne de fonctionnement avant défaillance (MTTF)

= moyenne des temps de bon fonctionnement (MTBF)

= temps moyen de disponibilité (TMD).

b) Si les durées des temps de disponibilité obéissent à une loi exponentielle, on a

$$\text{temps moyen entre défaillances} = \frac{1}{\lambda_{\mathrm{U}}}$$

Si l'entité est en fonctionnement continu, λ_{U} est égal à λ.

6.2.7 Moyenne des temps de bon fonctionnement [191-12-09]
MTBF (abréviation)

a)

$$\mathrm{MTBF} = \mathrm{MTTF} = \int_0^{\infty} t f(t)\,\mathrm{d}t$$

b) Si les durées de fonctionnement avant défaillance obéissent à une loi exponentielle, on a

$$\mathrm{MTBF} = \frac{1}{\lambda}$$

6.2.8 Temps moyen de disponibilité [191-11-11]
TMD (abréviation)

Les expressions du présent paragraphe sont aussi applicables aux EFI.

Sur le fondement des hypothèses de 5.3,

TMD = temps moyen entre défaillances

Pour des entités en fonctionnement continu,

TMD = MTTF = MTBF

6.3 Entités réparées à temps de panne non nul

6.3.1 Présentation

Toutes les expressions de 6.3 sont applicables à des EFC. Lorsqu'elles sont applicables à des EFI, cela est mentionné.

Pour chaque caractéristique, on présente ce qui suit:

a) l'expression générique;
b) l'expression la plus usuelle (lorsque les durées de fonctionnement avant défaillance, les durées des temps de disponibilité, des temps d'indisponibilité, des temps de panne et des temps de réparation de l'entité obéissent à des lois de probabilité exponentielles);
c) un exemple d'application simple, si nécessaire.

If the item operates continuously,

mean time between failures
= mean time to failure (MTTF)
= mean operating time between failures (MTBF)
= mean up time (MUT).

b) If the up times are exponentially distributed,

$$\text{mean time between failures} = \frac{1}{\lambda_U}$$

If the item operates continuously, λ_U equals λ.

6.2.7 Mean operating time between failures [191-12-09]
MTBF (abbreviation)

a)
$$\text{MTBF} = \text{MTTF} = \int_0^\infty t f(t)\,\mathrm{d}t$$

b) If the times to failure are exponentially distributed,

$$\text{MTBF} = \frac{1}{\lambda}$$

6.2.8 Mean up time [191-11-11]
MUT (abbreviation)

The expressions in this subclause also apply to IOIs.

On the basis of the assumptions in 5.3,

MUT = mean time between failures

For a continuously operating item,

MUT = MTTF = MTBF

6.3 Repaired items with non-zero time to restoration

6.3.1 Presentation

All expressions in 6.3 are applicable to COIs. Where they are applicable to IOIs, this is stated.

For each measure, the following are presented:

a) the generic expression;
b) the most common expression (for the cases when times to failure, up times, down times, times to restoration and repair times of the item are exponentially distributed);
c) a simple example of application where necessary.

6.3.2 Fiabilité [191-12-01]

(Symbole $R(t_1, t_2)$, $0 \leq t_1 < t_2$)

a) La fiabilité d'une entité réparée à temps de panne non nul pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2) peut s'écrire (voir [10], page 113 et [8], page 169):

$$R(t_1, t_2) = R(t_2) + \int_0^{t_1} R(t_2 - t)\, v(t)\, \mathrm{d}t$$

où

le premier terme, $R(t_2)$, représente la probabilité de survie jusqu'à l'instant t_2, et le second terme représente la probabilité de rétablissement (après une défaillance) à l'instant t ($t < t_1$) et de survie jusqu'à l'instant t_2;

$v(t)$ est l'intensité instantanée de rétablissement de l'entité, c'est-à-dire $v(t)\Delta t$ est approximativement la probabilité qu'un rétablissement de l'entité survienne pendant l'intervalle $(t, t + \Delta t)$ (voir la définition 3.1);

$R(t) = R(0, t)$ est la fonction de fiabilité de l'entité

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(s)\, \mathrm{d}s$$

où $f(t)$ est la fonction de densité de probabilité des durées de fonctionnement avant défaillance, c'est-à-dire $f(t)\Delta t$ est approximativement la probabilité que l'entité subisse une défaillance pendant l'intervalle de temps $(t, t + \Delta t)$. De façon plus précise, c'est approximativement la probabilité qu'un temps de fonctionnement donné se termine par une défaillance pendant l'intervalle de temps $(t, t + \Delta t)$, en supposant que ce temps de fonctionnement a commencé à l'instant $t = 0$.

NOTE 1 $R(t_1, t_2)$ est la probabilité (inconditionnelle) d'un fonctionnement continu sans défaillance de l'entité pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2). L'expression peut ne pas être valable pour des EFI.

NOTE 2 La fiabilité représentée par $R(t_1, t_2)$ est aussi appelée fiabilité d'intervalle.

NOTE 3 Si des données de défaillance observées sont disponibles pour n entités réparées, une estimation de $R(t_1, t_2)$ est donnée par

$$\hat{R}(t_1, t_2) = \frac{n_S(t_1, t_2)}{n}$$

où

$n_S(t_1, t_2)$ est le nombre d'entités qui étaient opérationnelles à l'instant t_1 et qui ont fonctionné sans défaillance pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2).

En posant t_1 égal à t et t_2 égal à $(t + x)$, on obtient la fiabilité asymptotique. (Voir [10], page 113 et [8], page 176.)

$$\lim_{t \to \infty} R(t, t + x) = \frac{1}{\mathrm{MTTF} + \mathrm{MTTR}} \int_x^{\infty} R(s)\, \mathrm{d}s$$

qui, pour de grandes valeurs de t, peut être utilisée comme approximation de $R(t, t + x)$, où

MTTF est la durée moyenne de fonctionnement avant défaillance, et

MTTR est la durée moyenne de panne.

L'expression résulte du théorème clé du renouvellement (voir [8], page 399).

6.3.2 Reliability [191-12-01]

(Symbol $R(t_1, t_2)$, $0 \le t_1 < t_2$)

a) The reliability of a repaired item with non-zero time to restoration for the time interval (t_1, t_2) may be written as (see [10], page 113 and [8], page 169):

$$R(t_1, t_2) = R(t_2) + \int_0^{t_1} R(t_2 - t)\, v(t)\, \mathrm{d}t$$

where

the first term, $R(t_2)$, represents the probability of survival to time t_2, and the second term represents the probability of restoration (after a failure) at time t ($t < t_1$), and surviving to time t_2;

$v(t)$ is the instantaneous restoration intensity of the item, i.e. $v(t)\Delta t$ is approximately the probability that a restoration of the item occurs during $(t, t + \Delta t)$ (see definition 3.1);

$R(t) = R(0, t)$ is the reliability function of the item

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(s)\, \mathrm{d}s$$

where $f(t)$ is the probability density function of the times to failure of the item, i.e. $f(t)\Delta t$ is approximately the probability that the item fails during the time interval $(t, t + \Delta t)$. More precisely, it is approximately the probability that a given time to failure terminates in the time interval $(t, t + \Delta t)$, assuming that the time to failure started at time $t = 0$.

NOTE 1 $R(t_1, t_2)$ is the (unconditional) probability of failure-free continuous operation of the item in the time interval (t_1, t_2). The expression may not be true for IOIs.

NOTE 2 An alternative name of the reliability given by $R(t_1, t_2)$ is the interval reliability.

NOTE 3 If observed failure data are available for n repaired items, then an estimate of $R(t_1, t_2)$ is given by

$$\hat{R}(t_1, t_2) = \frac{n_S(t_1, t_2)}{n}$$

where

$n_S(t_1, t_2)$ is the number of items which were operating at the instant of time t_1 and operated without failure in the time interval (t_1, t_2).

By setting t_1 equal to t and t_2 equal to $(t + x)$, the asymptotic reliability is obtained. (See [10], page 113 and [8], page 176.)

$$\lim_{t \to \infty} R(t, t + x) = \frac{1}{\mathrm{MTTF} + \mathrm{MTTR}} \int_x^{\infty} R(s)\, \mathrm{d}s$$

which, for large values of t, can be used as an approximation of the $R(t, t + x)$, where

MTTF is the mean time to failure, and

MTTR is the mean time to restoration.

This expression follows from the key renewal theorem (see [8], page 399).

Lorsque les durées de fonctionnement avant défaillance obéissent à une loi exponentielle, on a

$$R(t_1, t_2) = A(t_1)\exp(-\lambda \times (t_2 - t_1))$$

où $A(t_1)$ est la disponibilité instantanée à l'instant t_1;

et

$$\lim_{t\to\infty} R(t, t+x) = \frac{\text{MTTF}}{\text{MTTF}+\text{MTTR}} \exp(-\lambda x)$$

(Voir [8], pages 170 et 178.)

NOTE 4 La formule donnée ici pour $R(t_1, t_2)$ peut être liée à la note 1 de la définition 191-12-01 donnée dans la CEI 60050-191, en supposant que $t_1 = 0$, $t_2 = t$, $R(t_1, t_2) = R(0, t) = R(t)$ et $A(t_1) = A(0) = 1$.

b) Lorsque les durées de fonctionnement avant défaillance et les durées des temps de panne obéissent à des lois exponentielles, on obtient, en utilisant la transformation de Laplace ou des méthodes markoviennes, ce qui suit:

$$R(t_1, t_2) = \left(\frac{\mu_R}{\lambda + \mu_R} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu_R}\exp\left[-(\lambda + \mu_R)t_1\right]\right)\exp\left[-\lambda \times (t_2 - t_1)\right]$$

et

$$\lim_{t\to\infty} R(t, t+x) = \frac{\mu_R}{\lambda + \mu_R}\exp(-\lambda x)$$

(Voir [8], pages 173 et 178.)

c) Pour une EFC avec λ = 2 défaillances par année de temps de fonctionnement et un taux de rétablissement μ_R = 10 rétablissements par année de temps de panne,

$$R\left(0, \frac{1}{4}\right) = \left(\frac{10}{12} + \frac{2}{12}\exp\ (-12 \times 0)\right)\exp\left[-2 \times \left(\frac{1}{4} - 0\right)\right] = 0{,}606\ 531$$

$$R\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right) = 0{,}510\ 475; \quad R\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right) = 0{,}505\ 693; \quad R\left(\frac{3}{4}, 1\right) = 0{,}505\ 455$$

$$\lim_{t\to\infty} R\left(t,\ t + \frac{1}{4}\right) = \frac{10}{12}\exp\left(-2 \times \frac{1}{4}\right) = 0{,}505\ 442$$

6.3.3 Intensité instantanée de défaillance [191-12-04]

(Symbole $z(t)$)

Les expressions du présent paragraphe sont aussi applicables aux EFI.

a) Par définition [191-12-04], $z(t)$ est la dérivée de l'espérance mathématique du nombre de défaillances, $Z(t) = E[N(t)]$, pendant l'intervalle de temps (0, t), qui comprend à la fois des temps de disponibilité et des temps d'indisponibilité, où $N(t)$ est le nombre de défaillances pendant l'intervalle de temps (0, t) et E représente l'espérance mathématique, ainsi

$$z(t) = \lim_{\Delta t \to 0+} \frac{Z(t + \Delta t) - Z(t)}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}Z(t)}{\mathrm{d}t}$$

When the times to failure are exponentially distributed, then

$$R(t_1, t_2) = A(t_1)\exp(-\lambda \times (t_2 - t_1))$$

where $A(t_1)$ is the instantaneous availability at time t_1;

and

$$\lim_{t\to\infty} R(t, t+x) = \frac{\text{MTTF}}{\text{MTTF}+\text{MTTR}}\ \exp(-\lambda x)$$

(See [8], pages 170 and 178.)

NOTE 4 The formula for $R(t_1, t_2)$ above can be related to note 1 in IEC 60050-191, definition 191-12-01, by assuming that $t_1 = 0$, $t_2 = t$, $R(t_1, t_2) = R(0, t) = R(t)$ and $A(t_1) = A(0) = 1$.

b) When the times to failure and times to restoration are exponentially distributed, then, using either Markov techniques or the Laplace transform, the following is obtained:

$$R(t_1, t_2) = \left(\frac{\mu_R}{\lambda + \mu_R} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu_R}\exp\left[-(\lambda + \mu_R)t_1\right]\right)\exp\left[-\lambda \times (t_2 - t_1)\right]$$

and

$$\lim_{t\to\infty} R(t,\ t+x) = \frac{\mu_R}{\lambda + \mu_R}\ \exp(-\lambda x)$$

(See [8], pages 173 and 178.)

c) For a COI with $\lambda = 2$ failures per operating year and a restoration rate of $\mu_R = 10$ restorations per (restoration) year, hereafter referred to as 10 restorations per year:

$$R\left(0, \frac{1}{4}\right) = \left(\frac{10}{12} + \frac{2}{12}\exp\ (-12 \times 0)\right)\exp\left[-2 \times \left(\frac{1}{4} - 0\right)\right] = 0{,}606\ 531$$

$$R\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right) = 0{,}510\ 475; \quad R\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right) = 0{,}505\ 693; \quad R\left(\frac{3}{4}, 1\right) = 0{,}505\ 455$$

$$\lim_{t\to\infty} R\left(t,\ t + \frac{1}{4}\right) = \frac{10}{12}\exp\left(-2 \times \frac{1}{4}\right) = 0{,}505\ 442$$

6.3.3 Instantaneous failure intensity [191-12-04]

(Symbol $z(t)$)

The expressions in this subclause also apply to IOIs.

a) By definition [191-12-04], $z(t)$ is the derivative of the expected number of failures, $Z(t) = E[N(t)]$, in the time interval $(0, t)$, including up and down times, where $N(t)$ is the number of failures in the time interval $(0, t)$, and E denotes the expectation, thus

$$z(t) = \lim_{\Delta t\to 0+} \frac{Z(t + \Delta t) - Z(t)}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}Z(t)}{\mathrm{d}t}$$

En utilisant la théorie du processus de renouvellement alternatif (voir [8], pages 173 et 405), on peut écrire $z(t)$ sous la forme

$$z(t) = \sum_{n=1}^{\infty} h_{\mathrm{CTTF}}^{(n)}(t)$$

où $h_{\mathrm{CTTF}}^{(n)}(t)$ est la fonction de densité de probabilité de la durée totale jusqu'à la $n^{\text{ième}}$ défaillance et peut être calculée par les formules de récurrence suivantes:

$$h_{\mathrm{CTTF}}^{(1)}(t) = f_{\mathrm{U}}(t)$$

$$h_{\mathrm{CTTF}}^{(n)}(t) = \int_0^t h_{\mathrm{CTTF}}^{(n-1)}(x)\, f_{\mathrm{U+R}}(t-x)\,\mathrm{d}x \text{ , pour } n > 1$$

où

$f_{\mathrm{U}}(t)$ est la fonction de densité de probabilité des durées des temps de disponibilité de l'entité (qui comprennent les temps de fonctionnement, les temps morts, les temps d'attente et les temps d'incapacité externe). La quantité $f_{\mathrm{U}}(t)\Delta t$ est approximativement la probabilité qu'un temps de disponibilité donné de l'entité se termine pendant l'intervalle $(t, t + \Delta t)$, en supposant que le temps de disponibilité a commencé à l'instant $t = 0$;

$f_{\mathrm{U+R}}(t)$ est la fonction de densité de probabilité de la somme des durées du temps de disponibilité (τ_{U}) et du temps de panne (ξ_{R}) correspondant, et est donnée par

$$f_{\mathrm{U+R}}(t) = \int_0^t g_{\mathrm{R}}(t-s)\, f_{\mathrm{U}}(s)\,\mathrm{d}s$$

où $g_{\mathrm{R}}(t)$ est la fonction de densité de probabilité des durées des temps de panne de l'entité, c'est-à-dire $g_{\mathrm{R}}(t)\Delta t$ est approximativement la probabilité que l'entité soit rétablie après une panne et retrouve son état de disponibilité dans l'intervalle de temps $(t, t + \Delta t)$, en supposant qu'une défaillance provoquant une panne est survenue à l'instant $t = 0$.

La quantité $z(t)\Delta t$ est approximativement la probabilité (inconditionnelle) qu'une défaillance de l'entité survienne pendant l'intervalle de temps $(t, t + \Delta t)$.

NOTE 1 Soit $\tau_{\mathrm{U},1}$, $\xi_{\mathrm{R},1}$, $\tau_{\mathrm{U},2}$, $\xi_{\mathrm{R},2}$,..., $\tau_{\mathrm{U},n}$, $\xi_{\mathrm{R},n}$ ... des temps de disponibilité (τ_{U}) et des temps de panne (ξ_{R}) successifs de l'entité. Alors, $h_{\mathrm{CTTF}}^{(n)}(t)$ est la fonction de densité de probabilité de la somme

$$\tau_{\mathrm{U},1} + (\xi_{\mathrm{R},1} + \tau_{\mathrm{U},2}) + (\xi_{\mathrm{R},2} + \tau_{\mathrm{U},3}) + ... + (\xi_{\mathrm{R},n-1} + \tau_{\mathrm{U},n})$$

tandis que $f_{\mathrm{U+R}}(t)$ est la fonction de densité de probabilité de la somme $\xi_{\mathrm{R},m-1} + \tau_{\mathrm{U},m}$ pour tout $m > 1$.

NOTE 2 L'intensité instantanée de défaillance, $z(t)$, et l'intensité instantanée de rétablissement, $v(t)$, vérifient le système d'équations intégrales linéaires simultanées suivant (voir [11], page 193):

$$z(t) = f_{\mathrm{U}}(t) + \int_0^t f_{\mathrm{U}}(t-s)\, v(s)\,\mathrm{d}s$$

$$v(t) = \int_0^t g_{\mathrm{R}}(t-s)\, z(s)\,\mathrm{d}s$$

que l'on peut résoudre par des méthodes numériques.

NOTE 3 Si des données de défaillance observées sont disponibles pour n entités réparées, une estimation de $z(t)$ est

$$\hat{z}(t) = \frac{n_{\mathrm{F}}(t, t + \Delta t)}{n\Delta t}$$

où $n_{\mathrm{F}}(t, t + \Delta t)$ est le nombre de défaillances observées pendant l'intervalle de temps $(t, t + \Delta t)$, où l'échelle des temps comprend à la fois des temps de disponibilité et des temps d'indisponibilité.

Using the alternating renewal process theory (see [8], pages 173 and 405), it follows that $z(t)$ may be written as

$$z(t) = \sum_{n=1}^{\infty} h^{(n)}_{\mathrm{CTTF}}(t)$$

where $h^{(n)}_{\mathrm{CTTF}}(t)$ is the probability density function of calendar time to the nth failure and may be calculated by the following recursive relations:

$$h^{(1)}_{\mathrm{CTTF}}(t) = f_{\mathrm{U}}(t)$$

$$h^{(n)}_{\mathrm{CTTF}}(t) = \int_0^t h^{(n-1)}_{\mathrm{CTTF}}(x)\, f_{\mathrm{U+R}}(t-x)\,\mathrm{d}x \text{, for } n > 1$$

where

$f_{\mathrm{U}}(t)$ is the probability density function of the up times of the item (including its operating, idle, standby and external disabled times). The expression $f_{\mathrm{U}}(t)\Delta t$ is approximately the probability that a given up time of the item terminates during $(t, t + \Delta t)$, assuming that the up time started at time $t = 0$;

$f_{\mathrm{U+R}}(t)$ is the probability density function of the sum of the up time (τ_{U}) and the corresponding time to restoration (ξ_{R}), and is given by

$$f_{\mathrm{U+R}}(t) = \int_0^t g_{\mathrm{R}}(t-s)\, f_{\mathrm{U}}(s)\,\mathrm{d}s$$

where $g_{\mathrm{R}}(t)$ is the probability density function of the times to restoration of the item, i.e. $g_{\mathrm{R}}(t)\Delta t$ is approximately the probability that the item is restored from a fault to an up state in the time interval $(t, t + \Delta t)$, assuming that a failure resulting in a fault occurred at time $t = 0$.

The quantity $z(t)\Delta t$ is approximately the (unconditional) probability that a failure of the item occurs during the time interval $(t, t + \Delta t)$.

NOTE 1 Let $\tau_{\mathrm{U},1}$, $\xi_{\mathrm{R},1}$, $\tau_{\mathrm{U},2}$, $\xi_{\mathrm{R},2}$,..., $\tau_{\mathrm{U},n}$, $\xi_{\mathrm{R},n}$ ... be consecutive up times (τ_{U}) and times to restoration (ξ_{R}) of the item. Then $h^{(n)}_{\mathrm{CTTF}}(t)$ is the probability density function of the sum

$$\tau_{\mathrm{U},1} + (\xi_{\mathrm{R},1} + \tau_{\mathrm{U},2}) + (\xi_{\mathrm{R},2} + \tau_{\mathrm{U},3}) + \ldots + (\xi_{\mathrm{R},n-1} + \tau_{\mathrm{U},n})$$

while $f_{\mathrm{U+R}}(t)$ is the probability density function of the sum $\xi_{\mathrm{R},m-1} + \tau_{\mathrm{U},m}$ for any $m > 1$.

NOTE 2 The instantaneous failure intensity, $z(t)$, and the instantaneous restoration intensity, $v(t)$, fulfil the following simultaneous linear system of integral equations (see [11], page 193):

$$z(t) = f_{\mathrm{U}}(t) + \int_0^t f_{\mathrm{U}}(t-s)\, v(s)\,\mathrm{d}s$$

$$v(t) = \int_0^t g_{\mathrm{R}}(t-s)\, z(s)\,\mathrm{d}s$$

which may be solved by numerical methods.

NOTE 3 If observed failure data are available for n repaired items, then an estimate of $z(t)$ is given by

$$\hat{z}(t) = \frac{n_{\mathrm{F}}(t,\ t + \Delta t)}{n\Delta t}$$

where $n_{\mathrm{F}}(t, t + \Delta t)$ is the number of failures observed during the time interval $(t, t + \Delta t)$, where the time scale includes both up and down times.

Lorsque les durées des temps de disponibilité obéissent à une loi exponentielle, on a (voir [4], page 317)

$$z(t) = A(t)\lambda_U$$

où $A(t)$ est la disponibilité instantanée.

Lorsque l'entité est en fonctionnement continu, $f_U(t) = f(t)$ et $\lambda_U = \lambda$.

L'intensité de défaillance asymptotique, $z(\infty)$, est donnée par

$$z(\infty) = \lim_{t\to\infty} z(t) = \frac{1}{\text{temps moyen entre défaillances}}$$

En faisant des hypothèses appropriées sur $f_U(t)$ et $g_R(t)$, cette formule résulte du théorème de la densité de renouvellement (voir [8], pages 177 et 399).

NOTE 4 En utilisant le théorème du renouvellement élémentaire (voir [8], page 399),

$$\lim_{t\to\infty} \frac{Z(t)}{t} = \frac{1}{\text{temps moyen entre défaillances}}$$

mais

$$Z(t) = \int_0^t z(s)\,\mathrm{d}s$$

par conséquent, si $z(\infty)$ existe,

$$z(\infty) = \lim_{t\to\infty} \frac{Z(t)}{t}$$

(Voir [6], page 191.)

b) Lorsque les durées des temps de disponibilité et des temps de panne obéissent à des lois exponentielles, on obtient, en utilisant la transformation de Laplace ou des méthodes markoviennes (voir [11], page 200 et [14], page 66),

$$z(t) = \frac{\lambda_U \mu_R}{\lambda_U + \mu_R} + \frac{\lambda_U^2}{\lambda_U + \mu_R} \exp\left[-(\lambda_U + \mu_R)t\right] = A(t)\lambda_U$$

et

$$z(\infty) = \lim_{t\to\infty} z(t) = \frac{\lambda_U \mu_R}{\lambda_U + \mu_R} = \frac{1}{\dfrac{1}{\lambda_U} + \dfrac{1}{\mu_R}}$$

Pour des EFC, λ_U est égal à λ.

c) Pour une EFC avec un taux de défaillance $\lambda = 2$ défaillances par année de temps de fonctionnement et un taux de rétablissement $\mu_R = 10$ rétablissements par année de temps de panne, et pour des valeurs de $t = 0$, ¼,½,¾ et 1, choisies arbitrairement:

$$z(0) = 2; \quad z\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{20}{12} + \frac{4}{12}\exp\left(-12 \times \frac{1}{4}\right) = 1{,}683\,262$$

$$z\left(\frac{1}{2}\right) = 1{,}667\,493; \quad z\left(\frac{3}{4}\right) = 1{,}666\,708; \quad z(1) = 1{,}666\,669$$

$$z(\infty) = \frac{20}{12} = 1{,}666\,667$$

When the up times are exponentially distributed, then (see [4], page 317)

$$z(t) = A(t)\lambda_U$$

where $A(t)$ is the instantaneous availability.

When the item operates continuously, $f_U(t) = f(t)$ and $\lambda_U = \lambda$.

The asymptotic failure intensity, $z(\infty)$, is given by

$$z(\infty) = \lim_{t \to \infty} z(t) = \frac{1}{\text{mean time between failures}}$$

which, under appropriate assumptions on $f_U(t)$ and $g_R(t)$, follows from the renewal density theorem (see [8], pages 176 and 399).

NOTE 4 Using the elementary renewal theorem (see [8], page 399):

$$\lim_{t \to \infty} \frac{Z(t)}{t} = \frac{1}{\text{mean time between failures}}$$

but

$$Z(t) = \int_0^t z(s)\,\mathrm{d}s$$

hence, if $z(\infty)$ exists, then

$$z(\infty) = \lim_{t \to \infty} \frac{Z(t)}{t}$$

(See [6], page 191.)

b) When the up times and times to restoration are exponentially distributed, Markov techniques or the Laplace transform can be used to yield (see [11], page 200 and [14], page 66):

$$z(t) = \frac{\lambda_U \mu_R}{\lambda_U + \mu_R} + \frac{\lambda_U^2}{\lambda_U + \mu_R} \exp\left[-(\lambda_U + \mu_R)t\right] = A(t)\lambda_U$$

and

$$z(\infty) = \lim_{t \to \infty} z(t) = \frac{\lambda_U \mu_R}{\lambda_U + \mu_R} = \frac{1}{\dfrac{1}{\lambda_U} + \dfrac{1}{\mu_R}}$$

For a COI, λ_U equals λ.

c) For a COI with a failure rate of λ = 2 failures per operating year and a restoration rate of μ_R = 10 restorations per year, and for arbitrarily chosen values of t = 0, ¼,½,¾ and 1

$$z(0) = 2; \quad z\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{20}{12} + \frac{4}{12}\exp\left(-12 \times \frac{1}{4}\right) = 1{,}683\,262$$

$$z\left(\frac{1}{2}\right) = 1{,}667\,493; \quad z\left(\frac{3}{4}\right) = 1{,}666\,708; \quad z(1) = 1{,}666\,669$$

$$z(\infty) = \frac{20}{12} = 1{,}666\,667$$

6.3.4 Intensité moyenne de défaillance [191-12-05]

(Symbole $\bar{z}(t_1,\ t_2), 0 \leq t_1 < t_2$)

Les expressions du présent paragraphe sont aussi applicables aux EFI.

a) Par définition

$$\bar{z}(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} z(t)\mathrm{d}t$$

L'intégrale $\int_{t_1}^{t_2} z(t)\,\mathrm{d}t$ est égale à l'espérance mathématique du nombre de défaillances de l'entité pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2). Par conséquent, $\bar{z}(t_1, t_2)$ peut être interprété comme étant l'espérance mathématique du nombre de défaillances par unité de temps pendant l'intervalle (t_1, t_2).

NOTE Si des données de défaillance observées sont disponibles pour n entités réparées, une estimation de $\bar{z}(t_1,\ t_2)$ est donnée par

$$\hat{\bar{z}}(t_1,\ t_2) = \frac{n_\mathrm{F}(t_1,\ t_2)}{(t_2 - t_1)\,n}$$

où $n_\mathrm{F}(t_1,\ t_2)$ est le nombre de défaillances observées pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2), où l'échelle des temps comprend à la fois des temps de disponibilité et des temps d'indisponibilité.

En posant $t_1 = t$ et $t_2 = t + x$, on peut obtenir l'intensité moyenne de défaillance asymptotique:

$$\lim_{t \to \infty} \bar{z}(t,\ t + x) = \frac{1}{\text{temps moyen entre défaillances}}$$

qui, pour de grandes valeurs de t, peut être utilisée comme approximation de $\bar{z}(t, t + x)$. Cette relation résulte directement du théorème de Blackwell (voir [8], page 399).

Lorsque les durées des temps de disponibilité obéissent à une loi exponentielle (voir [4], page 317),

$$\bar{z}(t_1, t_2) = \bar{A}(t_1, t_2)\,\lambda_\mathrm{U}$$

Lorsque l'entité est en fonctionnement continu, $\lambda_\mathrm{U} = \lambda$.

b) Lorsque les durées des temps de disponibilité et des temps de panne obéissent à des lois exponentielles, on obtient (voir [11], page 200 et [14], page 66)

$$\bar{z}(t_1,\ t_2) = \frac{\lambda_\mathrm{U}\mu_\mathrm{R}}{\lambda_\mathrm{U} + \mu_\mathrm{R}} + \frac{\lambda_\mathrm{U}^2}{(\lambda_\mathrm{U} + \mu_\mathrm{R})^2} \frac{\exp\,[-(\lambda_\mathrm{U} + \mu_\mathrm{R})t_1] - \exp\,[-(\lambda_\mathrm{U} + \mu_\mathrm{R})t_2]}{t_2 - t_1} = A(t_1, t_2)\lambda_\mathrm{U}$$

Pour des EFC, $\lambda_\mathrm{U} = \lambda$.

6.3.4 **Mean failure intensity** [191-12-05]

(Symbol $\bar{z}(t_1, t_2), 0 \le t_1 < t_2$)

The expressions in this subclause also apply to IOIs.

a) By definition

$$\bar{z}(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} z(t)\,\mathrm{d}t$$

The integral $\int_{t_1}^{t_2} z(t)\,\mathrm{d}t$ is equal to the expected number of failures of the item in the time interval (t_1, t_2). Hence $\bar{z}(t_1, t_2)$ may be interpreted as the expected number of failures per time-unit in (t_1, t_2).

NOTE If observed failure data are available for n repaired items, then an estimate of $\bar{z}(t_1, t_2)$ is given by

$$\hat{\bar{z}}(t_1, t_2) = \frac{n_{\mathrm{F}}(t_1, t_2)}{(t_2 - t_1)\, n}$$

where $n_{\mathrm{F}}(t_1, t_2)$ is the number of failures observed during the time interval (t_1, t_2), where the time scale includes both up and down times.

By setting $t_1 = t$ and $t_2 = t + x$, the asymptotic mean failure intensity may be obtained:

$$\lim_{t \to \infty} \bar{z}(t, t + x) = \frac{1}{\text{mean time between failures}}$$

which, for large values of t, can be used as an approximation of $\bar{z}(t, t+x)$. This equality is a direct result of Blackwell's theorem (see [8], page 399).

When the up times are exponentially distributed (see [4], page 317),

$$\bar{z}(t_1, t_2) = \bar{A}(t_1, t_2)\,\lambda_{\mathrm{U}}$$

When the item operates continuously, $\lambda_{\mathrm{U}} = \lambda$.

b) When the up times and times to restoration are exponentially distributed, then (see [11], page 200 and [14], page 66)

$$\bar{z}(t_1, t_2) = \frac{\lambda_{\mathrm{U}}\mu_{\mathrm{R}}}{\lambda_{\mathrm{U}} + \mu_{\mathrm{R}}} + \frac{\lambda_{\mathrm{U}}^2}{(\lambda_{\mathrm{U}} + \mu_{\mathrm{R}})^2} \frac{\exp[-(\lambda_{\mathrm{U}} + \mu_{\mathrm{R}})t_1] - \exp[-(\lambda_{\mathrm{U}} + \mu_{\mathrm{R}})t_2]}{t_2 - t_1} = A(t_1, t_2)\lambda_{\mathrm{U}}$$

For a COI, $\lambda_{\mathrm{U}} = \lambda$.

c) Pour une EFC avec un taux de défaillance λ = 2 défaillances par année de temps de fonctionnement et un taux de rétablissement μ_R = 10 rétablissements par année de temps de panne, on a

$$\bar{z}\left(0,\ \frac{1}{4}\right) = \frac{20}{12} + \frac{4}{144}\,\frac{\exp(-12\times 0) - \exp\left(-12\times\frac{1}{4}\right)}{\frac{1}{4} - 0} = 1{,}772\,246$$

$$\bar{z}\left(\frac{1}{4},\ \frac{1}{2}\right) = 1{,}671\,923; \quad \bar{z}\left(\frac{1}{2},\ \frac{3}{4}\right) = 1{,}666\,928; \quad \bar{z}\left(\frac{3}{4},\ 1\right) = 1{,}666\,680$$

$$\lim_{t\to\infty} \bar{z}\left(t,\ t+\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{0{,}5 + 0{,}1} = 1{,}666\,667$$

6.3.5 Durée moyenne de fonctionnement avant défaillance [191-12-07]
MTTF (abréviation)

a)
$$\text{MTTF} = \int_0^\infty t f(t)\,\mathrm{d}t = \int_0^\infty R(t)\,\mathrm{d}t$$

où $R(t)$ est la fonction de fiabilité de l'entité

$$R(t) = \int_t^\infty f(s)\mathrm{d}s$$

NOTE Si des durées de fonctionnement avant défaillance observées sont disponibles pour n entités, une estimation de la MTTF est donnée par

$$\widehat{\text{MTTF}} = \frac{\text{durée totale de fonctionnement}}{k_\text{O}} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\text{durée de fonctionnement})_i}{k_\text{O}}$$

où

la durée totale de fonctionnement est le cumul de toutes les durées de fonctionnement des n entités pendant une période de temps donnée;

k_O est le nombre total d'intervalles de temps de fonctionnement avant défaillance pendant la période donnée;

(durée de fonctionnement)$_i$ est la durée cumulée de temps de fonctionnement de la $i^{\text{ième}}$ entité pendant la période de temps donnée.

b) Lorsque les durées de fonctionnement avant défaillance obéissent à une loi exponentielle,

$$\text{MTTF} = \frac{1}{\lambda}$$

c) Pour une EFC avec un taux de défaillance λ = 2 défaillances par année de temps de fonctionnement,

$$\text{MTTF} = \frac{1}{2} = 0{,}5 \text{ an} = 4\,380 \text{ h}$$

c) For a COI with a failure rate of λ = 2 failures per operating year and a restoration rate of μ_R = 10 restorations per year

$$\bar{z}\left(0,\ \frac{1}{4}\right) = \frac{20}{12} + \frac{4}{144}\,\frac{\exp(-12\times 0) - \exp\left(-12\times\frac{1}{4}\right)}{\frac{1}{4} - 0} = 1{,}772\ 246$$

$$\bar{z}\left(\frac{1}{4},\ \frac{1}{2}\right) = 1{,}671\,923; \quad \bar{z}\left(\frac{1}{2},\ \frac{3}{4}\right) = 1{,}666\ 928; \quad \bar{z}\left(\frac{3}{4},\ 1\right) = 1{,}666\ 680$$

$$\lim_{t\to\infty} \bar{z}\left(t,\ t+\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{0{,}5 + 0{,}1} = 1{,}666\ 667$$

6.3.5 Mean time to failure [191-12-07]

MTTF (abbreviation)

a)
$$\text{MTTF} = \int_0^\infty t f(t)\,\mathrm{d}t = \int_0^\infty R(t)\,\mathrm{d}t$$

where $R(t)$ is the reliability function of the item

$$R(t) = \int_t^\infty f(s)\mathrm{d}s$$

NOTE When observed (operating) times to failure of n items are available, then an estimate of MTTF is given by

$$\widehat{\text{MTTF}} = \frac{\text{total operating time}}{k_O} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\text{operating time})_i}{k_O}$$

where

total operating time is the aggregate operating time of all n items during a given time period;

k_O is the total number of failures of the item while operating during the given time period;

$(\text{operating time})_i$ is the total operating time of the ith item during the given time period.

b) When the times to failure are exponentially distributed,

$$\text{MTTF} = \frac{1}{\lambda}$$

c) For a COI with a failure rate of λ = 2 failures per operating year:

$$\text{MTTF} = \frac{1}{2} = 0{,}5 \text{ years} = 4\,380 \text{ h}$$

6.3.6 **Temps moyen entre défaillances** [191-12-08]

Les expressions du présent paragraphe sont aussi applicables aux EFI.

a) Temps moyen entre défaillances = TMD + MTTR

$$= \int_0^\infty t\, f_U(t)\,\mathrm{d}t + \int_0^\infty t\, g_R(t)\,\mathrm{d}t$$

Si l'entité est en fonctionnement continu,

temps moyen entre défaillances = MTTF + MTTR

NOTE 1 Dans les cas où l'hypothèse de 5.3g) n'est pas valable, l'intervalle de temps entre défaillances peut comprendre du temps d'indisponibilité dû à la maintenance préventive. Cet intervalle de temps peut alors être décomposé en temps de disponibilité séparés par des temps d'indisponibilité dus à la maintenance préventive. Dans ce cas,

temps moyen entre défaillances = espérance mathématique de la durée cumulée des temps de disponibilité entre défaillances
+ espérance mathématique de la durée cumulée des temps d'indisponibilité entre défaillances.

NOTE 2 Si des données de défaillance observées sont disponibles pour n entités réparées, une estimation du temps moyen entre défaillances est donnée par

$$\text{temps moyen entre défaillances} = \frac{\text{durée totale}}{k_F} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\text{durée totale})_i}{k_F}$$

où

la durée totale est le temps calendaire cumulé d'observation des n entités, y compris les temps de disponibilité et d'indisponibilité;

k_F est le nombre total de défaillances des entités pendant une période d'observation donnée;

(durée totale)$_i$ est la durée totale d'observation de la $i^{\text{ième}}$ entité, qui comprend à la fois des durées de disponibilité et des durées d'indisponibilité.

b) Si les durées des temps de disponibilité et des temps d'indisponibilité obéissent à des lois exponentielles, on a

$$\text{temps moyen entre défaillances} = \frac{1}{\lambda_U} + \frac{1}{\mu_R} = \frac{\lambda_U + \mu_R}{\lambda_U \mu_R}$$

Si l'entité est en fonctionnement continu, λ_U est égal à λ.

c) Pour une entité en fonctionnement continu avec un taux de défaillance λ = 2 défaillances par année de temps de fonctionnement et un taux de rétablissement μ_R = 10 rétablissements par année de temps de panne,

$$\text{temps moyen entre défaillances} = \frac{12}{20} = 0{,}6 \text{ an} = 5\,256 \text{ h}$$

6.3.7 **Moyenne des temps de bon fonctionnement**
MTBF (abréviation) [191-12-09]

a) Sur le fondement des hypothèses de 5.3,

$$\text{MTBF} = \text{MTTF}$$

(Voir 6.3.5.)

b) Si les durées de fonctionnement avant défaillance obéissent à une loi exponentielle,

$$\text{MTBF} = \frac{1}{\lambda}$$

6.3.6 Mean time between failures [191-12-08]

The expressions in this subclause also apply to IOIs.

a) Mean time between failures = MUT + MTTR

$$= \int_0^\infty t\, f_{\mathrm{U}}(t)\,\mathrm{d}t + \int_0^\infty t\, g_{\mathrm{R}}(t)\,\mathrm{d}t$$

If the item operates continuously:

mean time between failures = MTTF + MTTR

NOTE 1 In cases where assumption 5.3g) is not valid, the time between failures may include some down times due to preventive maintenance. Then, the time between failures may be split into some up times separated by preventive maintenance down times. In this case:

mean time between failures = expected total up time between failures + expected total down time between failures.

NOTE 2 If observed failure data are available for n repaired items, then an estimate of the mean time between failures is given by

$$\text{mean time between failures} = \frac{\text{total time}}{k_{\mathrm{F}}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\text{total time})_i}{k_{\mathrm{F}}}$$

where

total time is the aggregate calendar time of observation of all n items, including both up and down times;

k_{F} is the total number of failures of the items during a given period of observation;

$(\text{total time})_i$ is the total calendar time of observation of the ith item, including both up and down times.

b) If the up times and times to restoration are exponentially distributed

$$\text{mean time between failures} = \frac{1}{\lambda_{\mathrm{U}}} + \frac{1}{\mu_{\mathrm{R}}} = \frac{\lambda_{\mathrm{U}} + \mu_{\mathrm{R}}}{\lambda_{\mathrm{U}}\mu_{\mathrm{R}}}$$

If the item operates continuously, λ_{U} equals λ.

c) For a continuously operating item with a failure rate of λ = 2 failures per operating year and a restoration rate of μ_{R} = 10 restorations per year

$$\text{mean time between failures} = \frac{12}{20} = 0{,}6 \text{ years} = 5\,256 \text{ h}$$

6.3.7 Mean operating time between failures [191-12-09]

MTBF (abbreviation)

a) On the basis of the assumptions in 5.3,

$$\text{MTBF} = \text{MTTF}$$

(See 6.3.5.)

b) If the times to failure are exponentially distributed, then

$$\text{MTBF} = \frac{1}{\lambda}$$

c) Pour une entité en fonctionnement continu avec un taux de défaillance $\lambda = 2$ défaillances par année de temps de fonctionnement,

$$\text{MTBF} = \frac{1}{2} = 0{,}5 \text{ an} = 4\,380 \text{ h}$$

6.3.8 **Disponibilité instantanée** [191-11-01]

(Symbole $A(t)$)

Les expressions du présent paragraphe sont aussi applicables aux EFI.

a) La disponibilité instantanée à l'instant t d'une entité réparée à temps de panne non nul peut s'écrire (voir [10], page 111 et [8], page 174):

$$A(t) = R_\text{U}(t) + \int_0^t R_\text{U}(t-x)\,v(x)\,\text{d}x$$

où

$R_\text{U}(t)$ est la fonction de survie des temps de disponibilité de l'entité:

$$R_\text{U}(t) = \int_t^\infty f_\text{U}(s)\,\text{d}s$$

qui est égale à la probabilité qu'un temps de disponibilité donné ait une durée dépassant t;

$v(t)$ est l'intensité instantanée de rétablissement de l'entité.

NOTE 1 La disponibilité instantanée, $A(t)$, est égale à la probabilité que l'entité soit dans un état de disponibilité à l'instant t et est donnée par l'équation intégrale suivante (voir [8], page 169):

$$A(t) = R_\text{U}(t) + \int_0^t f_\text{U+R}(s)A(t-s)\,\text{d}s$$

qui peut être résolue par des méthodes numériques,

et où

$$f_\text{U+R}(t) = \int_0^t g_\text{R}(t-s)\,f_\text{U}(s)\,\text{d}s$$

est la fonction de densité de probabilité de la durée complète d'un cycle, comportant le temps de disponibilité et le temps de panne correspondant.

NOTE 2 Si des données observées relatives aux états de disponibilité sont disponibles pour n entités réparées, une estimation de $A(t)$ est donnée par

$$\hat{A}(t) = \frac{n_\text{U}\{t\}}{n}$$

où $n_\text{U}\{t\}$ est le nombre d'entités qui sont dans un état de disponibilité à l'instant t.

Si l'entité est en fonctionnement continu, $R_\text{U}(t) = R(t)$ et $f_\text{U}(t) = f(t)$.

b) Lorsque les durées des temps de disponibilité et des temps de panne obéissent à des lois exponentielles, on obtient en utilisant soit la transformation de Laplace soit des méthodes markoviennes (voir [8], page 173, [11], page 200 et [14], page 66):

$$A(t) = \frac{\mu_\text{R}}{\lambda_\text{U} + \mu_\text{R}} + \frac{\lambda_\text{U}}{\lambda_\text{U} + \mu_\text{R}} \exp[-(\lambda_\text{U} + \mu_\text{R})t]$$

Si l'entité est en fonctionnement continu, $\lambda_\text{U} = \lambda$.

c) For a continuously operating item with a failure rate of λ = 2 failures per operating year,

$$\text{MTBF} = \frac{1}{2} = 0{,}5 \text{ years} = 4\,380 \text{ h}$$

6.3.8 **Instantaneous availability** [191-11-01]
(Symbol $A(t)$)

The expressions in this subclause also apply to IOIs.

a) The instantaneous availability of a repaired item with non-zero time to restoration at an instant of time t may be written as (see [10], page 111 and [8], page 174):

$$A(t) = R_U(t) + \int_0^t R_U(t-x)v(x)\,dx$$

where

$R_U(t)$ is the up time survival function of the item:

$$R_U(t) = \int_t^\infty f_U(s)\,ds$$

which is equal to the probability that a given up time will exceed t;

$v(t)$ is the instantaneous restoration intensity of the item.

NOTE 1 The instantaneous availability, $A(t)$, is equal to the probability that the item is in an up state at the instant of time t and is given by the following integral equation (see [8], page 169):

$$A(t) = R_U(t) + \int_0^t f_{U+R}(s)A(t-s)\,ds$$

which may be solved by numerical methods,

where

$$f_{U+R}(t) = \int_0^t g_R(t-s)\,f_U(s)\,ds$$

is the probability density function of the sum of the up time and the corresponding time to restoration.

NOTE 2 If observed up-state data are available for n repaired items, then an estimate of $A(t)$ is given by

$$\hat{A}(t) = \frac{n_U\{t\}}{n}$$

where $n_U\{t\}$ is the number of items which are in an up state at the instant of time t.

If the item operates continuously, then $R_U(t) = R(t)$ and $f_U(t) = f(t)$.

b) When the up times and times to restoration are exponentially distributed, then using either Markov techniques or the Laplace transform, the following is obtained (see [8], page 173, [11], page 200 and [14], page 66):

$$A(t) = \frac{\mu_R}{\lambda_U + \mu_R} + \frac{\lambda_U}{\lambda_U + \mu_R}\exp[-(\lambda_U + \mu_R)t]$$

If the item operates continuously, $\lambda_U = \lambda$.

c) Pour une EFC avec un taux de défaillance λ = 2 défaillances par année de temps de fonctionnement et un taux de rétablissement μ_R = 10 rétablissements par année de temps de panne et pour des valeurs de t = 0, ¼,½,¾ et 1, choisies arbitrairement, on a

$$A(0) = 1; \quad A\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{10}{12} + \frac{2}{12}\exp\left(-12 \times \frac{1}{4}\right) = 0{,}841\,631$$

$$A\left(\frac{1}{2}\right) = 0{,}833\ 746; \quad A\left(\frac{3}{4}\right) = 0{,}833\ 54; \quad A(1) = 0{,}833\ 334$$

$$A = A(\infty) = \frac{10}{12} = 0{,}833\,333$$

6.3.9 **Indisponibilité instantanée** [191-11-02]

(Symbole $U(t)$)

Les expressions du présent paragraphe sont aussi applicables aux EFI.

a)
$$U(t) = 1 - A(t) = \int_0^t (1 - G_R(t-x))\, z(x)\, \mathrm{d}x$$

où

$z(t)$ est l'intensité instantanée de défaillance de l'entité;

$G_R(t)$ est la fonction de répartition des durées des temps de panne de l'entité

$$G_R(t) = \int_0^t g_R(s)\, \mathrm{d}s$$

qui est égale à la probabilité qu'un rétablissement de l'entité ait lieu au plus tard à l'instant t. Dans cette formule, $g_R(t)$ est la fonction de densité de probabilité des durées des temps de panne de l'entité.

NOTE 1 L'indisponibilité instantanée, $U(t)$, est égale à la probabilité que l'entité soit dans un état d'indisponibilité à l'instant t.

NOTE 2 Si des données observées relatives aux états d'indisponibilité sont disponibles pour n entités réparées, une estimation de $U(t)$ est donnée par

$$\hat{U}(t) = \frac{n_D\{t\}}{n}$$

où $n_D\{t\}$ est le nombre d'entités qui sont dans un état d'indisponibilité à l'instant t.

b) Lorsque les durées des temps de disponibilité et des temps de panne obéissent à des lois exponentielles (voir [11], page 200 et [14], page 66), on a

$$U(t) = \frac{\lambda_U}{\lambda_U + \mu_R}(1 - \exp[-(\lambda_U + \mu_R)t])$$

Si l'entité est en fonctionnement continu, $\lambda_U = \lambda$.

c) For a COI with a failure rate of λ = 2 failures per operating year and a restoration rate of μ_R = 10 restorations per year, and for arbitrarily chosen values of t = 0, ¼,½,¾ and 1:

$$A(0) = 1; \quad A\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{10}{12} + \frac{2}{12}\exp\left(-12 \times \frac{1}{4}\right) = 0{,}841\ 631$$

$$A\left(\frac{1}{2}\right) = 0{,}833\ 746; \quad A\left(\frac{3}{4}\right) = 0{,}833\ 54; \quad A(1) = 0{,}833\ 334$$

$$A = A(\infty) = \frac{10}{12} = 0{,}833\,333$$

6.3.9 Instantaneous unavailability [191-11-02]

(Symbol $U(t)$)

The expressions in this subclause also apply to IOIs.

a) $$U(t) = 1 - A(t) = \int_0^t (1 - G_R(t-x))\, z(x)\, dx$$

where

$z(t)$ is the instantaneous failure intensity of the item;

$G_R(t)$ is the distribution function of the times to restoration of the item

$$G_R(t) = \int_0^t g_R(s)\, ds$$

which is equal to the probability that a restoration of the item is completed by time t. In this formula, $g_R(t)$ is the probability density function of the times to restoration of the item.

NOTE 1 The instantaneous unavailability, $U(t)$, is equal to the probability that the item is in a down state at the instant of time t.

NOTE 2 If observed down-state data are available for n repaired items, then an estimate of $U(t)$ is given by

$$\hat{U}(t) = \frac{n_D\{t\}}{n}$$

where $n_D\{t\}$ is the number of items which are in a down state at the instant of time t.

b) When the up times and times to restoration are exponentially distributed, then (see [11], page 200 and [14], page 66),

$$U(t) = \frac{\lambda_U}{\lambda_U + \mu_R}\left(1 - \exp\left[-\ (\lambda_U + \mu_R)t\right]\right)$$

If the item operates continuously, $\lambda_U = \lambda$.

c) Pour une EFC avec un taux de défaillance λ = 2 défaillances par année de temps de fonctionnement et un taux de rétablissement μ_R = 10 rétablissements par année de temps de panne et pour des valeurs de t = 0, ¼,½,¾ et 1, choisies arbitrairement, on a

$$U(0) = 0; \quad U\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{2}{12}\left[1 - \exp\left(-12 \times \frac{1}{4}\right)\right] = 0{,}158\,369$$

$$U\left(\frac{1}{2}\right) = 0{,}166\,254; \quad U\left(\frac{3}{4}\right) = 0{,}166\,646; \quad U\,(1) = 0{,}166\,666$$

$$U = U(\infty) = \frac{2}{12} = 0{,}166\,667$$

6.3.10 **Disponibilité moyenne** [191-11-03]

(Symbole $\overline{A}(t_1,\ t_2),\ 0 \le t_1 < t_2$)

Les expressions du présent paragraphe sont aussi applicables aux EFI.

a)
$$\overline{A}(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} A(t)\,\mathrm{d}t$$

L'intégrale $\int_{t_1}^{t_2} A(t)\mathrm{d}t$ est égale à l'espérance mathématique de la durée cumulée des temps de disponibilité pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2) et, par conséquent, $\overline{A}(t_1, t_2)$ est l'espérance mathématique de la fraction de la durée de cet intervalle (t_1, t_2) qui correspond à un état de disponibilité de l'entité.

NOTE Si des durées observées de temps de disponibilité pendant l'intervalle (t_1, t_2) sont disponibles pour n entités réparées, une estimation de $\overline{A}(t_1, t_2)$ est donnée par

$$\hat{\overline{A}}(t_1,\ t_2) = \frac{\text{durée totale de disponibilité}}{(t_2 - t_1)\,n}$$
$$= \frac{\sum_{i=1}^{n}(\text{durée de disponibilité})_i}{(t_2 - t_1)\,n}$$

où

la durée totale de disponibilité est la durée cumulée de disponibilité des n entités pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2);

(durée de disponibilité) $_i$ est la durée cumulée de disponibilité de la $i^{\text{ième}}$ entité pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2).

Il résulte des hypothèses formulées en 5.3 que la disponibilité moyenne asymptotique [191-11-09], $\overline{A}$, est égale à la disponibilité asymptotique (voir [6], page 191):

$$\overline{A} = \lim_{t_2 \to \infty} \overline{A}(t_1, t_2) = A = \frac{\text{TMD}}{\text{TMD} + \text{MTTR}}$$

b) Lorsque les durées des temps de disponibilité et des temps de panne obéissent à des lois exponentielles, on obtient, en intégrant $A(t)$ pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2) et en divisant par (t_2 – t_1)

$$\overline{A}(t_1,\ t_2) = \frac{\mu_R}{\lambda_U + \mu_R} + \frac{\lambda_U}{(\lambda_U + \mu_R)^2}\,\frac{\exp\left[-(\lambda_U + \mu_R)t_1\right] - \exp\left[-(\lambda_U + \mu_R)t_2\right]}{t_2 - t_1}$$

$$= \frac{\overline{z}(t_1,\ t_2)}{\lambda_U}$$

Si l'entité est en fonctionnement continu, $\lambda_U = \lambda$.

c) For a COI with a failure rate of λ = 2 failures per operating year and a restoration rate of μ_R = 10 restorations per year, and for arbitrarily chosen values of t = 0, ¼,½,¾ and 1:

$$U(0) = 0; \quad U\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{2}{12}\left[1 - \exp\left(-12 \times \frac{1}{4}\right)\right] = 0{,}158\ 369$$

$$U\left(\frac{1}{2}\right) = 0{,}166\ 254; \quad U\left(\frac{3}{4}\right) = 0{,}166\ 646; \quad U(1) = 0{,}166\ 666$$

$$U = U(\infty) = \frac{2}{12} = 0{,}166\ 667$$

6.3.10 Mean availability [191-11-03]

(Symbol $\overline{A}(t_1, t_2)$, $0 \le t_1 < t_2$)

The expressions in this subclause also apply to IOIs.

a)
$$\overline{A}(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t2} A(t)\,\mathrm{d}t$$

The integral $\int_{t_1}^{t_2} A(t)\mathrm{d}t$ is equal to the expected up time accumulated in the time interval (t_1, t_2), hence $\overline{A}(t_1, t_2)$ gives the expected fraction of the time interval (t_1, t_2) that the item is in an up state.

NOTE If observed up times in the interval (t_1, t_2) are available for n repaired items, then an estimate of $\overline{A}(t_1, t_2)$ is given by

$$\hat{\overline{A}}(t_1, t_2) = \frac{\text{total up time}}{(t_2 - t_1)\,n} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\text{up time})_i}{(t_2 - t_1)\,n}$$

where

total up time is the aggregate up time of all n items during the time interval (t_1, t_2);

(up time)$_i$ is the total up time of the ith item during the time interval (t_1, t_2).

Following from the assumptions given in 5.3, the asymptotic mean availability [191-11-09], $\overline{A}$, is equal to the asymptotic availability (see [6], page 191):

$$\overline{A} = \lim_{t_2 \to \infty} \overline{A}(t_1, t_2) = A = \frac{\text{MUT}}{\text{MUT} + \text{MTTR}}$$

b) When the up times and times to restoration are exponentially distributed, then integrating $A(t)$ over the time interval (t_1, t_2) and dividing by $(t_2 - t_1)$ yields

$$\overline{A}(t_1, t_2) = \frac{\mu_R}{\lambda_U + \mu_R} + \frac{\lambda_U}{(\lambda_U + \mu_R)^2}\,\frac{\exp[-(\lambda_U + \mu_R)t_1] - \exp[-(\lambda_U + \mu_R)t_2]}{t_2 - t_1}$$

$$= \frac{\overline{z}(t_1, t_2)}{\lambda_U}$$

If the item operates continuously, $\lambda_U = \lambda$.

c) Pour une entité en fonctionnement continu avec un taux de défaillance $\lambda = 2$ défaillances par année de temps de fonctionnement et un taux de rétablissement $\mu_R = 10$ rétablissements par année de temps de panne, on a

$$\overline{A}\left(0,\ \frac{1}{4}\right) = \frac{10}{12} + \frac{2}{144}\,\frac{\exp(-12\times 0) - \exp\left(-12\times\frac{1}{4}\right)}{\frac{1}{4} - 0} = 0{,}886\,123$$

$$\overline{A}\left(\frac{1}{4},\ \frac{1}{2}\right) = 0{,}835\,962; \qquad \overline{A}\left(\frac{1}{2},\ \frac{3}{4}\right) = 0{,}833\,464; \qquad \overline{A}\left(\frac{3}{4},\ 1\right) = 0{,}833\,340$$

6.3.11 **Indisponibilité moyenne** [191-11-04]

(Symbole $\overline{U}(t_1,\ t_2),\ 0 \le t_1 < t_2$)

Les expressions du présent paragraphe sont aussi applicables aux EFI.

a)
$$\overline{U}(t_1,\ t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} U(t)\,\mathrm{d}t = 1 - \overline{A}(t_1,\ t_2)$$

L'intégrale $\int_{t_1}^{t_2} U(t)\,\mathrm{d}t$ est égale à l'espérance mathématique de la durée cumulée des temps d'indisponibilité pendant l'intervalle de temps $(t_1,\ t_2)$ et, par conséquent, $\overline{U}(t_1, t_2)$ est l'espérance mathématique de la fraction de la durée de cet intervalle $(t_1,\ t_2)$ où l'entité se trouve dans un état d'indisponibilité.

Il en résulte alors que l'indisponibilité moyenne, $\overline{U}(t_1, t_2)$, et la durée cumulée moyenne d'indisponibilité, MADT, [191-11-13], pendant l'intervalle de temps $(t_1,\ t_2)$ sont liées par

$$\mathrm{MADT} = \int_{t_1}^{t_2} U(t)\,\mathrm{d}t = \overline{U}(t_1,\ t_2)\times(t_2 - t_1)$$

NOTE Si des durées observées des temps d'indisponibilité pendant l'intervalle $(t_1,\ t_2)$ sont disponibles pour n entités réparées, une estimation de $\overline{U}(t_1,\ t_2)$ est donnée par

$$\hat{\overline{U}}(t_1,\ t_2) = \frac{\text{durée totale d' indisponibilité}}{(t_2 - t_1)\,n} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\text{durée d' indisponibilité})_i}{(t_2 - t_1)\,n}$$

Une estimation de la durée cumulée moyenne d'indisponibilité, MADT, pendant l'intervalle de temps $(t_1,\ t_2)$ est donnée par

$$\widehat{\mathrm{MADT}} = \frac{\text{durée totale d' indisponibilité}}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\text{durée d' indisponibilité})_i}{n}$$

où

la durée totale d'indisponibilité est la durée d'indisponibilité cumulée des n entités pendant l'intervalle de temps $(t_1,\ t_2)$;

(durée d'indisponibilité)$_i$ est la durée cumulée des temps d'indisponibilité de la $i^{\text{ième}}$ entité pendant l'intervalle de temps $(t_1,\ t_2)$.

c) For a continuously operating item with a failure rate of λ = 2 failures per operating year and a restoration rate of μ_R = 10 restorations per year, then

$$\overline{A}\left(0,\ \frac{1}{4}\right) = \frac{10}{12} + \frac{2}{144}\,\frac{\exp(-12\times 0) - \exp\left(-12\times\frac{1}{4}\right)}{\frac{1}{4} - 0} = 0{,}886\,123$$

$$\overline{A}\left(\frac{1}{4},\ \frac{1}{2}\right) = 0{,}835\,962;\qquad \overline{A}\left(\frac{1}{2},\ \frac{3}{4}\right) = 0{,}833\,464;\qquad \overline{A}\left(\frac{3}{4},\ 1\right) = 0{,}833\,340$$

6.3.11 Mean unavailability [191-11-04]

(Symbol $\overline{U}(t_1,\ t_2),\ 0 \le t_1 < t_2$)

The expressions in this subclause also apply to IOIs.

a)

$$\overline{U}(t_1,\ t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t2} U(t)\,\mathrm{d}t = 1 - \overline{A}(t_1,\ t_2)$$

The integral $\int_{t_1}^{t_2} U(t)\,\mathrm{d}t$ is equal to the expected down time accumulated in the time interval (t_1, t_2). Hence, $\overline{U}(t_1, t_2)$ gives the expected fraction of the time interval (t_1, t_2) spent in the down state.

It then follows that the mean unavailability, $\overline{U}(t_1, t_2)$, and the mean accumulated down time [191-11-13], MADT, in the time interval (t_1, t_2) are related as

$$\text{MADT} = \int_{t_1}^{t_2} U(t)\,\mathrm{d}t = \overline{U}(t_1,\ t_2)\times(t_2 - t_1)$$

NOTE If observed down times in the interval (t_1, t_2) are available for n repaired items, then an estimate of $\overline{U}(t_1, t_2)$ is given by

$$\hat{\overline{U}}(t_1,\ t_2) = \frac{\text{total down time}}{(t_2 - t_1)\,n} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\text{down time})_i}{(t_2 - t_1)\,n}$$

An estimate of the mean accumulated down time, MADT, in the time interval (t_1, t_2) is given by

$$\widehat{\text{MADT}} = \frac{\text{total down time}}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\text{down time})_i}{n}$$

where

total down time is the aggregate down time of all n items during the time interval (t_1, t_2);

(down time)$_i$ is the total down time of the ith item during the time interval (t_1, t_2).

Il résulte des hypothèses formulées en 5.3 que l'indisponibilité moyenne asymptotique [191-11-09], $\overline{U}$, est égale à l'indisponibilité asymptotique (voir [6], page 191):

$$\overline{U} = \lim_{t_2 \to \infty} \overline{U}(t_1, t_2) = U = \frac{\text{MTTR}}{\text{TMD} + \text{MTTR}}$$

b) Lorsque les durées des temps de disponibilité et des temps de panne obéissent à des lois exponentielles, on obtient, en intégrant $U(t)$ pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2)

$$\text{MADT} = \frac{(t_2 - t_1)\lambda_U}{\lambda_U + \mu_R} - \frac{\lambda_U\{\exp[-(\lambda_U + \mu_R)t_1] - \exp[-(\lambda_U + \mu_R)t_2]\}}{(\lambda_U + \mu_R)^2}$$

En divisant cette expression par $(t_2 - t_1)$, on obtient

$$\begin{aligned}\overline{U}(t_1, t_2) &= \frac{\text{MADT}}{t_2 - t_1} \\ &= \frac{\lambda_U}{\lambda_U + \mu_R} - \frac{\lambda_U}{(\lambda_U + \mu_R)^2}\,\frac{\exp[-(\lambda_U + \mu_R)t_1] - \exp[-(\lambda_U + \mu_R)t_2]}{t_2 - t_1} \\ &= 1 - \frac{\overline{z}(t_1, t_2)}{\lambda_U}\end{aligned}$$

Si l'entité est en fonctionnement continu, $\lambda_U = \lambda$.

c) Pour une EFC avec un taux de défaillance λ = 2 défaillances par année de temps de fonctionnement et un taux de rétablissement μ_R = 10 rétablissements par année de temps de panne, on a

$$\overline{U}\left(0, \frac{1}{4}\right) = \frac{2}{12} - \frac{2}{144}\,\frac{\exp(-12 \times 0) - \exp\left(-12 \times \frac{1}{4}\right)}{\frac{1}{4} - 0} = 0{,}113\,877$$

$$\overline{U}\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right) = 0{,}164\,038; \quad \overline{U}\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right) = 0{,}166\,536; \quad \overline{U}\left(\frac{3}{4}, 1\right) = 0{,}166\,660$$

La durée cumulée moyenne d'indisponibilité, MADT, pendant la première année peut être calculée comme suit:

$$\text{MADT} = \overline{U}(0, 1) \times 1 = \left[\overline{U}\left(0, \frac{1}{4}\right) + \overline{U}\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right) + \overline{U}\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right) + \overline{U}\left(\frac{3}{4}, 1\right)\right] / 4$$

$$= 0{,}611\,111/4 = 0{,}152\,778 \text{ an} = 1\,338{,}34 \text{ h}$$

6.3.12 Disponibilité asymptotique [191-11-05]

(Symbole A)

Les expressions du présent paragraphe sont aussi applicables aux EFI.

a)

$$A = \lim_{t \to \infty} A(t) = \frac{\text{TMD}}{\text{TMD} + \text{MTTR}}$$

Si l'entité est en fonctionnement continu,

$$A = \frac{\text{MTTF}}{\text{MTTF} + \text{MTTR}}$$

Following from the assumptions given in 5.3, the asymptotic mean unavailability [191-11-09], $\overline{U}$, is equal to the asymptotic unavailability (see [6], page 191):

$$\overline{U} = \lim_{t_2 \to \infty} \overline{U}(t_1, t_2) = U = \frac{\text{MTTR}}{\text{MUT} + \text{MTTR}}$$

b) When the up times and times to restoration are exponentially distributed, then integrating $U(t)$ over the time interval (t_1, t_2) gives:

$$\text{MADT} = \frac{(t_2 - t_1)\lambda_U}{\lambda_U + \mu_R} - \frac{\lambda_U \{\exp[-(\lambda_U + \mu_R)t_1] - \exp[-(\lambda_U + \mu_R)t_2]\}}{(\lambda_U + \mu_R)^2}$$

Dividing this expression by $t_2 - t_1$ yields:

$$\begin{aligned} \overline{U}(t_1, t_2) &= \frac{\text{MADT}}{t_2 - t_1} \\ &= \frac{\lambda_U}{\lambda_U + \mu_R} - \frac{\lambda_U}{(\lambda_U + \mu_R)^2} \frac{\exp[-(\lambda_U + \mu_R)t_1] - \exp[-(\lambda_U + \mu_R)t_2]}{t_2 - t_1} \\ &= 1 - \frac{\bar{z}(t_1, t_2)}{\lambda_U} \end{aligned}$$

If the item operates continuously, $\lambda_U = \lambda$.

c) For a COI with a failure rate of λ = 2 failures per operating year and a restoration rate of μ_R = 10 restorations per year

$$\overline{U}\left(0, \frac{1}{4}\right) = \frac{2}{12} - \frac{2}{144} \frac{\exp(-12 \times 0) - \exp\left(-12 \times \frac{1}{4}\right)}{\frac{1}{4} - 0} = 0{,}113\,877$$

$$\overline{U}\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right) = 0{,}164\,038; \quad \overline{U}\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right) = 0{,}166\,536; \quad \overline{U}\left(\frac{3}{4}, 1\right) = 0{,}166\,660$$

The mean accumulated down time, MADT, during the first year may be calculated as follows:

$$\text{MADT} = \overline{U}(0, 1) \times 1 = \left[\overline{U}\left(0, \frac{1}{4}\right) + \overline{U}\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right) + \overline{U}\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right) + \overline{U}\left(\frac{3}{4}, 1\right)\right] / 4$$

$$= 0{,}611\,111/4 = 0{,}152\,778 \text{ years} = 1\,338{,}34 \text{ h}$$

6.3.12 **Asymptotic availability** [191-11-05]

(Symbol A)

The expressions in this subclause also apply to IOIs.

a)

$$A = \lim_{t \to \infty} A(t) = \frac{\text{MUT}}{\text{MUT} + \text{MTTR}}$$

If the item operates continuously, then

$$A = \frac{\text{MTTF}}{\text{MTTF} + \text{MTTR}}$$

b) Lorsque les durées des temps de disponibilité et des temps de panne obéissent à des lois exponentielles, on a

$$A = \frac{\mu_R}{\lambda_U + \mu_R}$$

Si l'entité est en fonctionnement continu, $\lambda_U = \lambda$.

c) Pour une EFC avec un taux de défaillance λ = 2 défaillances par année de temps de fonctionnement et un taux de rétablissement μ_R = 10 rétablissements par année de temps de panne,

$$A = \frac{10}{12} = 0{,}833\ 333$$

6.3.13 Indisponibilité asymptotique [191-11-07]
(Symbole U)

Les expressions du présent paragraphe sont aussi applicables aux EFI.

a)

$$U = \lim_{t\to\infty} U(t) = \frac{\text{MTTR}}{\text{TMD} + \text{MTTR}} = 1 - A$$

Si l'entité est en fonctionnement continu,

$$U = \frac{\text{MTTR}}{\text{MTTF} + \text{MTTR}}$$

b) Lorsque les durées des temps de disponibilité et des temps de panne obéissent à des lois exponentielles, on a

$$U = \frac{\lambda_U}{\lambda_U + \mu_R}$$

Si l'entité est en fonctionnement continu, $\lambda_U = \lambda$.

c) Pour une EFC avec un taux de défaillance λ = 2 défaillances par année de temps de fonctionnement et un taux de rétablissement μ_R = 10 rétablissements par année de temps de panne, on a

$$U = \frac{2}{12} = 0{,}166\ 667$$

6.3.14 Temps moyen de disponibilité [191-11-11]
TMD (abréviation)

Les expressions du présent paragraphe sont aussi applicables aux EFI.

a)

$$\text{TMD} = \int_0^\infty t f_U(t)\,\mathrm{d}\,t = \int_0^\infty R_U(t)\,\mathrm{d}\,t$$

où

$f_U(t)$ est la fonction de densité de probabilité des durées des temps de disponibilité de l'entité;

$R_U(t)$ est la fonction de survie des temps de disponibilité de l'entité.

NOTE 1 Lorsque l'entité est en fonctionnement continu, il résulte des hypothèses formulées en 5.3g) (à savoir, absence de maintenance préventive) que

TMD = MTTF

Cependant, si la maintenance avec arrêt est autorisée, la relation entre le TMD et le MTTF est plus compliquée et, en général, TMD < MTTF.

b) When the up times and times to restoration are exponentially distributed, then

$$A = \frac{\mu_R}{\lambda_U + \mu_R}$$

If the item operates continuously, $\lambda_U = \lambda$.

c) For a COI with a failure rate of λ = 2 failures per operating year and a restoration rate of μ_R = 10 restorations per year

$$A = \frac{10}{12} = 0{,}833\,333$$

6.3.13 **Asymptotic unavailability** [191-11-07]

(Symbol U)

The expressions in this subclause also apply to IOIs.

a)

$$U = \lim_{t \to \infty} U(t) = \frac{\text{MTTR}}{\text{MUT} + \text{MTTR}} = 1 - A$$

If the item operates continuously, then

$$U = \frac{\text{MTTR}}{\text{MTTF} + \text{MTTR}}$$

b) When the up times and times to restoration are exponentially distributed, then

$$U = \frac{\lambda_U}{\lambda_U + \mu_R}$$

If the item operates continuously, $\lambda_U = \lambda$.

c) For a COI with a failure rate of λ = 2 failures per operating year and a restoration rate of μ_R = 10 restorations per year, then:

$$U = \frac{2}{12} = 0{,}166\,667$$

6.3.14 **Mean up time** [191-11-11]

MUT (abbreviation)

The expressions in this subclause also apply to IOIs.

a)

$$\text{MUT} = \int_0^{\infty} t f_U(t)\,\mathrm{d}t = \int_0^{\infty} R_U(t)\,\mathrm{d}t$$

where

$f_U(t)$ is the probability density function of the up times of the item;

$R_U(t)$ is the up time survival function of the item.

NOTE 1 When the item operates continuously, then, according to the assumption 5.3g) (i.e. no preventive maintenance):

MUT = MTTF

However, when function-preventing preventive maintenance is permitted, the relation between MUT and MTTF is more complex, and usually, MUT < MTTF.

NOTE 2 Si des durées observées de temps de disponibilité sont disponibles pour n entités réparées, une estimation du TMD est donnée par

$$\hat{\text{MUT}} = \frac{\text{durée totale de disponibilité}}{k_U} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\text{durée de disponibilité})_i}{k_U}$$

où

la durée totale de disponibilité est la durée de disponibilité cumulée des n entités pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2);

k_U est le nombre total d'intervalles de temps de disponibilité des entités pendant une période donnée (t_1, t_2);

(durée de disponibilité)$_i$ est la durée cumulée des temps de disponibilité de la $i^{\text{ième}}$ entité pendant la période de temps donnée.

b) Lorsque les durées des temps de disponibilité obéissent à une loi exponentielle, on a

$$\text{TMD} = \frac{1}{\lambda_U}$$

c) Pour une entité réparée à taux de défaillance $\lambda_U = 2$ défaillances par année de temps de disponibilité,

$$\text{TMD} = \frac{1}{2} = 0{,}5 \text{ an} = 4\,380 \text{ h}$$

6.3.15 Temps moyen d'indisponibilité [191-11-12]
TMI (abréviation)

Les expressions du présent paragraphe sont aussi applicables aux EFI.

a)
$$\text{TMI} = \int_0^\infty t\, g_D(t)\, dt$$

où $g_D(t)$ est la fonction de densité de probabilité des durées des temps d'indisponibilité de l'entité (qui sont définis de façon à inclure les temps de rétablissement après défaillance de l'entité et/ou les temps de maintenance avec arrêt), c'est-à-dire, $g_D(t)\Delta t$ est approximativement la probabilité que l'entité revienne à son état de disponibilité à partir de son état d'indisponibilité pendant l'intervalle de temps $(t, t + \Delta t)$, en supposant que le temps d'indisponibilité a commencé à l'instant $t = 0$.

NOTE Si des durées observées des temps de disponibilité sont disponibles pour n entités réparées, une estimation du TMI est donnée par

$$\hat{\text{TMI}} = \frac{\text{durée totale d'indisponibilité}}{k_D} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\text{durée d'indisponibilité})_i}{k_D}$$

où

la durée totale d'indisponibilité est la durée d'indisponibilité cumulée des n entités pendant une période de temps donnée;

k_D est le nombre total d'intervalles de temps d'indisponibilité des entités pendant la période de temps donnée;

(durée d'indisponibilité)$_i$ est la durée cumulée des temps d'indisponibilité de la $i^{\text{ième}}$ entité pendant la période de temps donnée.

NOTE 2 If observed up times are available for n repaired items, then an estimate of MUT is given by

$$\hat{\mathrm{MUT}} = \frac{\text{total up time}}{k_\mathrm{U}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\text{up time})_i}{k_\mathrm{U}}$$

where

total up time is the aggregate up time of all n items during the time interval (t_1, t_2);

k_U is the total number of up times of the items during the time interval (t_1, t_2);

$(\text{up time})_i$ is the total up time of the ith item during the given time period.

b) When the up times are exponentially distributed

$$\mathrm{MUT} = \frac{1}{\lambda_\mathrm{U}}$$

c) For a repaired item with λ_U = 2 failures per year of up time

$$\mathrm{MUT} = \frac{1}{2} = 0{,}5 \text{ years} = 4\,380 \text{ h}$$

6.3.15 Mean down time [191-11-12]

MDT (abbreviation)

The expressions in this subclause also apply to IOIs.

a)
$$\mathrm{MDT} = \int_0^\infty t\, g_\mathrm{D}(t)\, \mathrm{d}t$$

where $g_\mathrm{D}(t)$ is the probability density function of the down times of the item (which are defined to include the item's restoration times after failure and/or function-preventing maintenance times). i.e. $g_\mathrm{D}(t)\Delta t$ is approximately the probability that the item returns to its up state from its down state in the time interval $(t, t + \Delta t)$, assuming that the down time started at time $t = 0$.

NOTE If observed down times are available for n repaired items, then an estimate of MDT is given by

$$\hat{\mathrm{MDT}} = \frac{\text{total down time}}{k_\mathrm{D}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\text{down time})_i}{k_\mathrm{D}}$$

where

total down time is the aggregate down time of all n items during a given time period;

k_D is the total number of the down times of the items in the given time period;

$(\text{down times})_i$ is the total down time of the ith item during the given time period.

b) Lorsque les durées des temps d'indisponibilité obéissent à une loi exponentielle de paramètre μ_D, c'est-à-dire lorsque

$$g_D(t) = \mu_D \exp(-\mu_D t)$$

on a

$$\text{TMI} = \frac{1}{\mu_D}$$

NOTE Il résulte des hypothèses formulées en 5.3 (absence de maintenance préventive, toute panne est la conséquence d'une défaillance) que tout temps d'indisponibilité coïncide avec un temps de panne, c'est-à-dire

$$\text{TMI} = \text{MTTR}$$

et si les durées des temps d'indisponibilité obéissent à une loi exponentielle, on a alors

$$\mu_D = \mu_R$$

c) Pour une entité réparée caractérisée par μ_D = 100 événements par année de temps d'indisponibilité, on a

$$\text{TMI} = \frac{1}{100} = 0{,}01 \text{ an} = 87{,}6 \text{ h}$$

6.3.16 **Maintenabilité** [191-13-01]

(Symbole $M(t_1, t_2)$, $0 \leq t_1 < t_2$)

Les expressions du présent paragraphe sont aussi applicables aux EFI.

a) La probabilité qu'une opération de maintenance active sur une entité se termine pendant l'intervalle de temps (t_1, t_2), en supposant que l'opération de maintenance active a commencé à l'instant $t = 0$, est donnée par

$$M(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} g_{AM}(t)\,\mathrm{d}t$$

où $g_{AM}(t)$ est la fonction de densité de probabilité des durées des temps de maintenance active de l'entité (qui comprennent les délais techniques et les temps de réparation, mais excluent les délais logistiques et administratifs), c'est-à-dire $g_{AM}(t)\Delta t$ est approximativement la probabilité que l'opération de maintenance active se termine pendant l'intervalle de temps $(t, t + \Delta t)$, en supposant que cette opération a commencé à l'instant $t = 0$.

Dans les applications pratiques, on utilise la fonction de maintenabilité, $M(t)$ définie comme

$$M(t) = M(0, t)$$

Cela équivaut à la probabilité qu'une opération de maintenance active sur une entité soit terminée avant l'instant t, en supposant que l'opération a commencé à l'instant $t = 0$, c'est-à-dire $M(t)$ est la fonction de répartition de cet instant. La maintenabilité, $M(t_1, t_2)$, et la fonction de maintenabilité, $M(t)$, sont reliées de la façon suivante:

$$M(t_1, t_2) = M(t_2) - M(t_1)$$

NOTE 1 La fonction de maintenabilité, $M(t)$, et la durée moyenne de maintenance active, MAMT, sont liées par la formule suivante:

$$\text{MAMT} = \int_0^\infty (1 - M(t))\,\mathrm{d}t = \int_0^\infty t\,g_{AM}(t)\,\mathrm{d}t$$

NOTE 2 Conformément aux hypothèses de 5.3g) (absence de maintenance préventive), on a

$$\text{MAMT} = \text{MACMT}$$

où MACMT est la durée moyenne de maintenance corrective active.

b) If the down times are exponentially distributed with a parameter μ_D, i.e.

$$g_D(t) = \mu_D \exp(-\mu_D t)$$

then

$$\mathrm{MDT} = \frac{1}{\mu_D}$$

NOTE According to the assumptions in 5.3 (any fault is the result of a failure, and no preventive maintenance), any down time is equal to the time to restoration, i.e.

$$\mathrm{MDT} = \mathrm{MTTR}$$

and, for exponentially distributed down times

$$\mu_D = \mu_R$$

c) For a repaired item with μ_D = 100 occurrences per year of down time

$$\mathrm{MDT} = \frac{1}{100} = 0{,}01 \text{ years} = 87{,}6 \text{ h}$$

6.3.16 **Maintainability** [191-13-01]

(Symbol $M(t_1, t_2)$, $0 \le t_1 < t_2$)

The expressions in this subclause also apply to IOIs.

a) The probability that an active maintenance action on an item can be completed in the time interval (t_1, t_2), assuming that the active maintenance action started at time $t = 0$, is given by

$$M(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} g_{AM}(t)\,\mathrm{d}t$$

where $g_{AM}(t)$ is the probability density function of the active maintenance times (including any technical delay and repair time, but excluding logistic and administrative delays) of the item, i.e. $g_{AM}(t)\Delta t$ is approximately the probability of completing the active maintenance action during the time interval $(t, t + \Delta t)$, assuming that the active maintenance action started at time $t = 0$.

In practical applications, the maintainability function, $M(t)$, defined as

$$M(t) = M(0, t)$$

is used. This is equal to the probability that an active maintenance action will be completed by time t, assuming that the action started at time $t = 0$, i.e. $M(t)$ is the distribution function of that time. The maintainability, $M(t_1, t_2)$, and the maintainability function, $M(t)$, are related as follows:

$$M(t_1, t_2) = M(t_2) - M(t_1)$$

NOTE 1 The maintainability function, $M(t)$, and the mean active maintenance time, MAMT, are related as follows:

$$\mathrm{MAMT} = \int_0^{\infty} (1 - M(t))\,\mathrm{d}t = \int_0^{\infty} t\, g_{AM}(t)\,\mathrm{d}t$$

NOTE 2 According to the assumption 5.3g) (no preventive maintenance):

$$\mathrm{MAMT} = \mathrm{MACMT}$$

where MACMT is the mean active corrective maintenance time.

b) Si les durées des temps de maintenance active obéissent à une loi exponentielle de paramètre μ_{AM}, c'est-à-dire si

$$g_{AM}(t) = \mu_{AM} \exp(-\mu_{AM} t)$$

on a

$$M(t_1, t_2) = \exp(-\mu_{AM} t_1) - \exp(-\mu_{AM} t_2)$$

$$M(t) = 1 - \exp(-\mu_{AM} t)$$

et

$$\text{MAMT} = \frac{1}{\mu_{AM}}$$

c) Pour une entité réparée caractérisée par μ_{AM} = 1 000 opérations de maintenance active par année de temps de maintenance active, et en prenant $t_2 - t_1$ = 16 h, on a

$$M(16) = M(0,\ 16) = 1 - \exp(-16 \times \frac{1\,000}{8\,760}) = 0{,}839\,021$$

ainsi que

$$M(2,\ 18) = \exp(-2 \times \frac{1\,000}{8\,760}) - \exp(-18 \times \frac{1\,000}{8\,760}) = 0{,}667\,758$$

et

$$M(4,\ 20) = \exp(-4 \times \frac{1\,000}{8\,760}) - \exp(-20 \times \frac{1\,000}{8\,760}) = 0{,}531\,453$$

6.3.17 **Taux moyen de réparation** [191-13-03]

(Symbole $\overline{\mu}(t_1, t_2)$, $0 \leq t_1 < t_2$)

Les expressions du présent paragraphe sont aussi applicables aux EFI.

a) Par définition,

$$\overline{\mu}(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \mu(t)\,\mathrm{d}t$$

où $\mu(t)$ est le taux instantané de réparation [191-13-02] de l'entité en fonction du temps, c'est-à-dire $\mu(t)\Delta t$ est approximativement la probabilité conditionnelle que l'opération de maintenance corrective se termine pendant l'intervalle de temps $(t,\ t + \Delta t)$, en supposant que l'opération a commencé à l'instant $t = 0$ et n'est pas terminée à l'instant t.

NOTE Le temps de maintenance corrective comprend le temps de réparation ainsi que le délai technique et le délai logistique, mais exclut le délai administratif.

b) Si le taux de réparation est constant, c'est-à-dire si $\mu(t) = \mu$ pour toutes les valeurs de t, on a

$$\overline{\mu}(t_1, t_2) = \mu$$

Dans ce cas:

$$\text{MCMT} = \frac{1}{\mu}$$

où MCMT est la durée moyenne de maintenance corrective.

b) If the active maintenance times are exponentially distributed with a parameter μ_{AM}, i.e.

$$g_{AM}(t) = \mu_{AM} \exp(-\mu_{AM} t)$$

then

$$M(t_1, t_2) = \exp(-\mu_{AM} t_1) - \exp(-\mu_{AM} t_2)$$

$$M(t) = 1 - \exp(-\mu_{AM} t)$$

and

$$\text{MAMT} = \frac{1}{\mu_{AM}}$$

c) For a repaired item with μ_{AM} = 1 000 active maintenance actions per active maintenance year, and $t_2 - t_1$ = 16 h, then

$$M(16) = M(0, 16) = 1 - \exp(-16 \times \frac{1\,000}{8\,760}) = 0{,}839\,021$$

also:

$$M(2, 18) = \exp(-2 \times \frac{1\,000}{8\,760}) - \exp(-18 \times \frac{1\,000}{8\,760}) = 0{,}667\,758$$

and

$$M(4, 20) = \exp(-4 \times \frac{1\,000}{8\,760}) - \exp(-20 \times \frac{1\,000}{8\,760}) = 0{,}531\,453$$

6.3.17 Mean repair rate [191-13-03]
(Symbol $\overline{\mu}(t_1, t_2)$, $0 \le t_1 < t_2$)

The expressions in this subclause also apply to IOIs.

a) By definition,

$$\overline{\mu}(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \mu(t)\, \mathrm{d}t$$

where $\mu(t)$ is the instantaneous repair rate [191-13-02] of the item as a function of time, i.e. $\mu(t)\Delta t$ is approximately the conditional probability that the corrective maintenance action will be completed in the time interval $(t, t + \Delta t)$, given that the action started at time $t = 0$ and has not been completed by the instant of time t.

NOTE The corrective maintenance time includes repair time, technical and logistic delays, but excludes administrative delay.

b) If the repair rate is constant, i.e. $\mu(t) = \mu$ for all values of t, then

$$\overline{\mu}(t_1, t_2) = \mu$$

In this case:

$$\text{MCMT} = \frac{1}{\mu}$$

where MCMT is the mean corrective maintenance time.

6.3.18 Durée moyenne de réparation [191-13-05]
MRT (abréviation)

Les expressions du présent paragraphe sont aussi applicables aux EFI.

a) $$\mathrm{MRT} = \int_0^\infty t\, g_{\mathrm{Rep}}(t)\, \mathrm{d}t$$

où $g_{\mathrm{Rep}}(t)$ est la fonction de densité de probabilité des durées des temps de réparation d'une entité (excluant les délais techniques, logistiques et administratifs), c'est-à-dire $g_{\mathrm{Rep}}(t)\Delta t$ est approximativement la probabilité que la réparation de l'entité se termine pendant l'intervalle de temps $(t,\ t + \Delta t)$, en supposant que la réparation a commencé à l'instant $t = 0$.

NOTE 1 On déduit de la définition du temps de réparation que

$$\mathrm{MRT} = \mathrm{MACMT} - \mathrm{MTD}$$

où

MTD est la durée moyenne du délai technique;

MACMT est la durée moyenne de la maintenance corrective active.

NOTE 2 Si des durées observées des temps de réparation sont disponibles pour n entités réparées, une estimation de MRT est donnée par

$$\widehat{\mathrm{MRT}} = \frac{\text{durée totale de réparation}}{k_{\mathrm{Rep}}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\text{durée de réparation})_i}{k_{\mathrm{Rep}}}$$

où

la durée totale de réparation est la durée de réparation cumulée des n entités pendant une période de temps donnée;

k_{Rep} est le nombre total de temps de réparation des entités pendant la période de temps donnée;

(durée de réparation)$_i$ est la durée cumulée des temps de réparation de la $i^{\text{ième}}$ entité pendant la période de temps donnée.

b) Si les durées des temps de réparation obéissent à une loi exponentielle de paramètre μ_{Rep}, c'est-à-dire si

$$g_{\mathrm{Rep}}(t) = \mu_{\mathrm{Rep}} \exp(-\mu_{\mathrm{Rep}} t)$$

on a

$$\mathrm{MRT} = \frac{1}{\mu_{\mathrm{Rep}}}$$

c) Pour une entité réparée caractérisée par μ_{Rep} = 1 000 réparations par année de temps de réparation, on a

$$\mathrm{MRT} = \frac{1}{1\ 000} = 0{,}001 \text{ an} = 8{,}76 \text{ h}$$

6.3.18 Mean repair time [191-13-05]
MRT (abbreviation)

The expressions in this subclause also apply to IOIs.

a)
$$\mathrm{MRT} = \int_0^\infty t\, g_{\mathrm{Rep}}(t)\,\mathrm{d}t$$

where $g_{\mathrm{Rep}}(t)$ is the probability density function of the repair times of an item (excluding technical, logistic and administrative delays), i.e. $g_{\mathrm{Rep}}(t)\Delta t$ is approximately the probability that the repair of the item is completed in the time interval (t, $t + \Delta t$), assuming that the repair started at time $t = 0$.

NOTE 1 From the definition of the repair time

$$\mathrm{MRT} = \mathrm{MACMT} - \mathrm{MTD}$$

where

MTD is the mean technical delay;

MACMT is the mean active corrective maintenance time.

NOTE 2 If observed repair times are available for n repaired items, then an estimate of MRT is given by

$$\hat{\mathrm{MRT}} = \frac{\text{total repair time}}{k_{\mathrm{Rep}}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\text{repair time})_i}{k_{\mathrm{Rep}}}$$

where

total repair time is the aggregate repair time of all n items during a given time period;

k_{Rep} is the total number of repair times of the items during the given time period;

(repair time)$_i$ is the total repair time of the ith item during the given time period.

b) If the repair times are exponentially distributed with a parameter μ_{Rep}, i.e.

$$g_{\mathrm{Rep}}(t) = \mu_{\mathrm{Rep}} \exp(-\mu_{\mathrm{Rep}} t)$$

then

$$\mathrm{MRT} = \frac{1}{\mu_{\mathrm{Rep}}}$$

c) For a repaired item with μ_{Rep} = 1 000 repairs per year of repair time:

$$\mathrm{MRT} = \frac{1}{1\,000} = 0{,}001 \text{ years} = 8{,}76 \text{ h}$$

6.3.19 Durée moyenne de maintenance corrective active [191-13-07]
MACMT (abréviation)

Les expressions du présent paragraphe sont aussi applicables aux EFI.

a)
$$\text{MACMT} = \int_0^{\infty} t\, g_{\text{ACM}}(t)\,\mathrm{d}t$$

où $g_{\text{ACM}}(t)$ est la fonction de densité de probabilité des durées des temps de maintenance corrective active de l'entité (qui comprennent les délais techniques et les temps de réparation, mais excluent les délais logistiques et administratifs), c'est-à-dire $g_{\text{ACM}}(t)\Delta t$ est approximativement la probabilité que la maintenance corrective active de l'entité se termine pendant l'intervalle de temps $(t,\ t + \Delta t)$, en supposant que la maintenance corrective active a commencé à l'instant $t = 0$.

NOTE 1 D'après la définition de la durée de maintenance corrective active,

$$\text{MACMT} = \text{MRT} + \text{MTD}$$

où MTD est la durée moyenne du délai technique.

NOTE 2 Si des durées observées de maintenance corrective active sont disponibles pour n entités réparées, une estimation de la MACMT est donnée par

$$\widehat{\text{MACMT}} = \frac{\text{durée totale de maintenance corrective active}}{k_{\text{ACM}}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\text{durée de maintenance corrective active})_i}{k_{\text{ACM}}}$$

où

la durée totale de maintenance corrective active est la durée cumulée des temps de maintenance corrective active des n entités pendant une période de temps donnée;

k_{ACM} est le nombre total d'opérations de maintenance corrective active effectuées sur les entités pendant la période de temps donnée;

(durée de maintenance corrective active)$_i$ est la durée cumulée des temps de maintenance corrective active de la $i^{\text{ième}}$ entité pendant la période de temps donnée.

b) Si les durées des temps de maintenance corrective active obéissent à une loi exponentielle de paramètre μ_{ACM}, c'est-à-dire si

$$g_{\text{ACM}}(t) = \mu_{\text{ACM}} \exp(-\mu_{\text{ACM}} t)$$

on a

$$\text{MACMT} = \frac{1}{\mu_{\text{ACM}}}$$

c) Pour une entité réparée caractérisée par une durée moyenne du délai technique MTD = 5 h et une durée moyenne de réparation MRT = 9 h, on a

$$\text{MACMT} = 5 + 9 = 14\ \text{h}$$

6.3.19 **Mean active corrective maintenance time** [191-13-07]

MACMT (abbreviation)

The expressions in this subclause also apply to IOIs.

a)
$$\text{MACMT} = \int_0^{\infty} t\, g_{\text{ACM}}(t)\,\mathrm{d}t$$

where $g_{\text{ACM}}(t)$ is the probability density function of the active corrective maintenance times of an item (including technical delay and repair time, but excluding logistic and administrative delays), i.e. $g_{\text{ACM}}(t)\Delta t$ is approximately the probability that the active corrective maintenance of the item is completed in the time interval (t, $t + \Delta t$), assuming that the active corrective maintenance started at time $t = 0$.

NOTE 1 By definition of the active corrective maintenance time:

$$\text{MACMT} = \text{MRT} + \text{MTD}$$

where MTD is the mean technical delay.

NOTE 2 If observed active corrective maintenance times are available for n repaired items, then an estimate of MACMT is given by

$$\widehat{\text{MACMT}} = \frac{\text{total active corrective maintenance time}}{k_{\text{ACM}}}$$
$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} (\text{active corrective maintenance time})_i}{k_{\text{ACM}}}$$

where

total active corrective maintenance time is the aggregate active corrective maintenance time of all n items during a given time period;

k_{ACM} is the total number of active corrective maintenance actions on the items during the given time period;

(active corrective maintenance time)$_i$ is the total active corrective maintenance time of the ith item during the given time period.

b) If the active corrective maintenance times are exponentially distributed with parameter μ_{ACM}, i.e.

$$g_{\text{ACM}}(t) = \mu_{\text{ACM}} \exp(-\mu_{\text{ACM}} t)$$

then

$$\text{MACMT} = \frac{1}{\mu_{\text{ACM}}}$$

c) For a repaired item with the mean technical delay MTD = 5 h and the mean repair time MRT = 9 h:

$$\text{MACMT} = 5 + 9 = 14 \text{ h}$$

6.3.20 Durée moyenne de panne [191-13-08]
MTTR (abréviation)

Les expressions du présent paragraphe sont aussi applicables aux EFI.

a) $$\text{MTTR} = \int_0^\infty t\, g_\text{R}(t)\,\text{d}t$$

où $g_\text{R}(t)$ est la fonction de densité de probabilité des durées des temps de panne de l'entité, c'est-à-dire $g_\text{R}(t)\Delta t$ est approximativement la probabilité que l'entité soit rétablie à partir d'une panne dans un état de disponibilité pendant l'intervalle de temps $(t, t + \Delta t)$, en supposant qu'une défaillance entraînant une panne est survenue à l'instant $t = 0$.

NOTE 1 La durée moyenne de panne (d'une entité en panne), MTTR, peut s'exprimer comme la somme des espérances mathématiques des durées qui la composent:

$$\begin{aligned}\text{MTTR} &= \text{MUFT} + \text{MAD} + \text{MLD} + \text{MACMT}\\ &= \text{MUFT} + \text{MAD} + \text{MLD} + \text{MTD} + \text{MRT}\end{aligned}$$

où

MUFT est la durée moyenne de panne latente;

MAD est la durée moyenne du délai administratif;

MLD est la durée moyenne du délai logistique;

MACMT est la durée moyenne du temps de maintenance corrective active, donnée par

$$\text{MACMT} = \text{MTD} + \text{MRT}$$

où

MTD est la durée moyenne du délai technique;

MRT est la durée moyenne du temps de réparation.

NOTE 2 Si des durées observées des temps de panne sont disponibles pour n entités réparées, une estimation de MTTR est donnée par

$$\widehat{\text{MTTR}} = \frac{\text{durée totale de panne}}{k_\text{R}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\text{durée de panne})_i}{k_\text{R}}$$

où

la durée totale de panne est la durée cumulée des temps de panne des n entités pendant une période donnée;

k_R est le nombre total des temps de panne des entités pendant la période de temps donnée;

(durée de panne)$_i$ est la durée cumulée des temps de panne de la $i^\text{ième}$ entité pendant la période de temps donnée.

b) Si les durées des temps de panne obéissent à une loi exponentielle, c'est-à-dire si

$$g_\text{R}(t) = \mu_\text{R}\exp(-\mu_\text{R} t)$$

où μ_R est le taux de rétablissement constant, on a

$$\text{MTTR} = \frac{1}{\mu_\text{R}}$$

c) Pour une entité réparée caractérisée par un taux de rétablissement μ_R = 100 rétablissements par année, on a

$$\text{MTTR} = \frac{1}{100} = 0{,}01 \text{ an} = 87{,}6 \text{ h}$$

6.3.20 **Mean time to restoration** [191-13-08]
MTTR (abbreviation)

The expressions in this subclause also apply to IOIs.

a)
$$\text{MTTR} = \int_0^\infty t\, g_R(t)\, \mathrm{d}t$$

where $g_R(t)$ is the probability density function of the times to restoration of the item, i.e. $g_R(t)\Delta t$ is approximately the probability that the item is restored from a fault to an up state in the time interval $(t,\ t + \Delta t)$, assuming that a failure resulting in a fault occurred at time $t = 0$.

NOTE 1 The mean time to restoration (of a faulty item), MTTR, may be written as the sum of the expected values of its constituent times:

$$\text{MTTR} = \text{MUFT} + \text{MAD} + \text{MLD} + \text{MACMT}$$
$$= \text{MUFT} + \text{MAD} + \text{MLD} + \text{MTD} + \text{MRT}$$

where

MUFT is the mean undetected fault time;

MAD is the mean administrative delay;

MLD is the mean logistic delay;

MACMT is the mean active corrective maintenance time given by

$$\text{MACMT} = \text{MTD} + \text{MRT}$$

where

MTD is the mean technical delay;

MRT is the mean repair time.

NOTE 2 If observed times to restoration are available for n repaired items, then an estimate of MTTR is given by

$$\widehat{\text{MTTR}} = \frac{\text{total time to restoration}}{k_R} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\text{time to restoration})_i}{k_R}$$

where

total time to restoration is the aggregate time to restoration of all n items during a given time period;

k_R is the total number of times to restoration of the items during the given time period;

$(\text{time to restoration})_i$ is the total time to restoration of the ith item during the given time period.

b) If the times to restoration are exponentially distributed, i.e.

$$g_R(t) = \mu_R \exp(-\mu_R t)$$

where μ_R is the constant restoration rate, then:

$$\text{MTTR} = \frac{1}{\mu_R}$$

c) For a repaired item with a restoration rate of μ_R = 100 restorations per year

$$\text{MTTR} = \frac{1}{100} = 0{,}01 \text{ years} = 87{,}6 \text{ h}$$

6.3.21 Durée moyenne du délai administratif [191-13-11]
MAD (abréviation)

Les expressions du présent paragraphe sont aussi applicables aux EFI.

a)
$$\mathrm{MAD} = \int_0^{\infty} t\, g_{\mathrm{AD}}(t)\, \mathrm{d}t$$

où $g_{\mathrm{AD}}(t)$ est la fonction de densité de probabilité de la durée du délai administratif pendant un temps de panne d'une entité en panne, c'est-à-dire $g_{\mathrm{AD}}(t)\Delta t$ est approximativement la probabilité que le délai se termine pendant l'intervalle de temps $(t,\ t + \Delta t)$, en supposant que le délai a commencé à l'instant $t = 0$.

NOTE Si des durées observées de délai administratif sont disponibles pour n entités réparées, une estimation de la durée moyenne du délai administratif est donnée par

$$\hat{\mathrm{MAD}} = \frac{\text{durée totale de délai administratif}}{k_{\mathrm{AD}}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\text{durée du délai administratif})_i}{k_{\mathrm{AD}}}$$

où

la durée totale du délai administratif est la durée cumulée des délais administratifs des n entités pendant la période de temps donnée;

k_{AD} est le nombre total de délais administratifs pendant la période de temps donnée;

(durée du délai administratif)$_i$ est la durée cumulée des délais administratifs de la $i^{\text{ième}}$ entité pendant la période de temps donnée.

b) Si les durées des délais administratifs obéissent à une loi exponentielle de paramètre μ_{AD}, c'est-à-dire si

$$g_{\mathrm{AD}}(t) = \mu_{\mathrm{AD}} \exp(-\mu_{\mathrm{AD}} t)$$

on a

$$\mathrm{MAD} = \frac{1}{\mu_{\mathrm{AD}}}$$

c) Pour une entité réparée caractérisée par μ_{AD} = 1 000 événements par année de délai administratif, on a

$$\mathrm{MAD} = \frac{1}{1\,000} = 0{,}001 \text{ an} = 8{,}76 \text{ h}$$

6.3.22 Durée moyenne du délai logistique [191-13-13]
MLD (abréviation)

Les expressions du présent paragraphe sont aussi applicables aux EFI.

a)
$$\mathrm{MLD} = \int_0^{\infty} t\, g_{\mathrm{LD}}(t)\, \mathrm{d}t$$

où $g_{\mathrm{LD}}(t)$ est la fonction de densité de probabilité de la durée du délai logistique pendant un temps de maintenance d'une entité en panne, c'est-à-dire $g_{\mathrm{LD}}(t)\Delta t$ est approximativement la probabilité que le délai se termine pendant l'intervalle de temps $(t,\ t + \Delta t)$, en supposant que le délai a commencé à l'instant $t = 0$.

6.3.21 **Mean administrative delay** [191-13-11]
MAD (abbreviation)

The expressions in this subclause also apply to IOIs.

a)
$$\text{MAD} = \int_0^\infty t\, g_{\text{AD}}(t)\,\text{d}t$$

where $g_{\text{AD}}(t)$ is the probability density function of the administrative delay during a time to restoration of a faulty item, i.e. $g_{\text{AD}}(t)\Delta t$ is approximately the probability that the delay ends in the time interval $(t, t + \Delta t)$, assuming that the delay started at time $t = 0$.

NOTE If observed administrative delays are available for n repaired items, then an estimate of MAD is given by

$$\hat{\text{MAD}} = \frac{\text{total administrative delay}}{k_{\text{AD}}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\text{administrative delay})_i}{k_{\text{AD}}}$$

where

total administrative delay is the aggregate administrative delay of all n items during the given time period;

k_{AD} is the total number of administrative delays during the given time period;

(administrative delay)$_i$ is the total administrative delay of the ith item during the given time period.

b) If the administrative delays are exponentially distributed with parameter μ_{AD}, i.e.

$$g_{\text{AD}}(t) = \mu_{\text{AD}} \exp(-\mu_{\text{AD}} t)$$

then

$$\text{MAD} = \frac{1}{\mu_{\text{AD}}}$$

c) For a repaired item with μ_{AD} = 1 000 occurrences per administrative delay year:

$$\text{MAD} = \frac{1}{1\,000} = 0{,}001 \text{ years} = 8{,}76 \text{ h}$$

6.3.22 **Mean logistic delay** [191-13-13]
MLD (abbreviation)

The expressions in this subclause also apply to IOIs.

a)
$$\text{MLD} = \int_0^\infty t\, g_{\text{LD}}(t)\,\text{d}t$$

where $g_{\text{LD}}(t)$ is the probability density function of the logistic delay during a maintenance time of a faulty item, i.e. $g_{\text{LD}}(t)\Delta t$ is approximately the probability that the delay ends in the time interval $(t, t + \Delta t)$, assuming that the delay started at time $t = 0$.

NOTE Si des durées de délai logistique sont disponibles pour n entités réparées, une estimation de la durée moyenne du délai logistique est donnée par

$$\hat{\mathrm{MLD}} = \frac{\text{durée totale du délai logistique}}{k_{\mathrm{LD}}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\text{durée du délai logistique})_i}{k_{\mathrm{LD}}}$$

où

la durée totale du délai logistique est le délai logistique cumulé des n entités pendant une période de temps donnée;

k_{LD} est le nombre total de délais logistiques pendant la période de temps donnée;

(durée du délai logistique)$_i$ est la durée cumulée des délais logistiques de la $i^{\text{ième}}$ entité pendant la période de temps donnée.

b) Si les durées des délais logistiques obéissent à une loi exponentielle de paramètre μ_{LD}, c'est-à-dire si

$$g_{\mathrm{LD}}(t) = \mu_{\mathrm{LD}} \exp(-\mu_{\mathrm{LD}} t)$$

on a

$$\mathrm{MLD} = \frac{1}{\mu_{\mathrm{LD}}}$$

c) Pour une entité réparée caractérisée par μ_{LD} = 1 000 événements par année de délai logistique

$$\mathrm{MLD} = \frac{1}{1\,000} = 0{,}001 \text{ an} = 8{,}76 \text{ h}$$

NOTE If observed logistic delays are available for n repaired items, then an estimate of MLD is given by

$$\hat{\text{MLD}} = \frac{\text{total logistic delay}}{k_{\text{LD}}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\text{logistic delay})_i}{k_{\text{LD}}}$$

where

total logistic delay is the aggregate logistic delay of all n items during a given time period;

k_{LD} is the total number of logistic delays during the given time period;

(logistic delay)$_i$ is the total logistic delay of the ith item during the given time period.

b) If the logistic delays are exponentially distributed with parameter μ_{LD}, i.e.

$$g_{\text{LD}}(t) = \mu_{\text{LD}} \exp(-\mu_{\text{LD}} t)$$

then

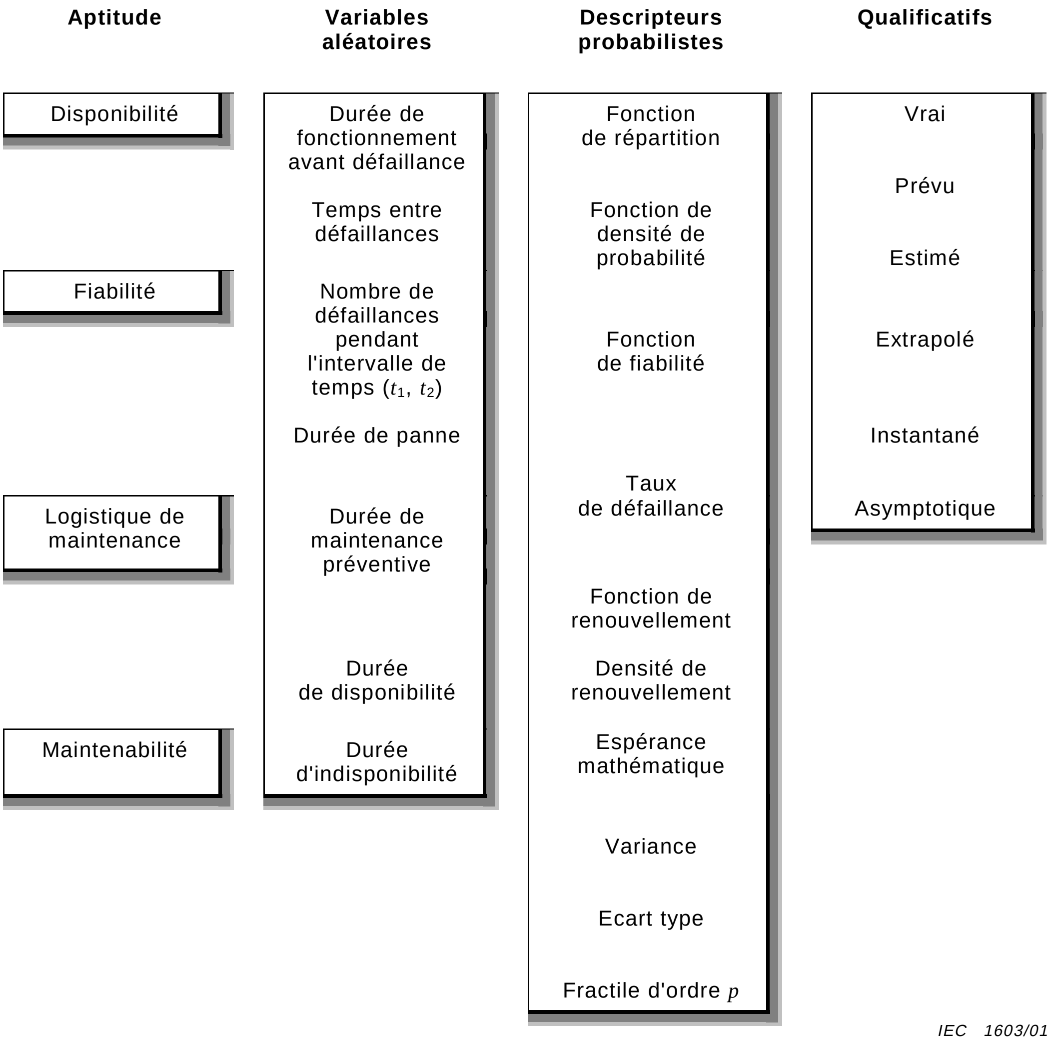
$$\text{MLD} = \frac{1}{\mu_{\text{LD}}}$$

c) For a repaired item with μ_{LD} = 1 000 occurrences per logistic delay year

$$\text{MLD} = \frac{1}{1\,000} = 0{,}001 \text{ years} = 8{,}76 \text{ h}$$

Annexe A
(informative)

Aptitudes et descripteurs

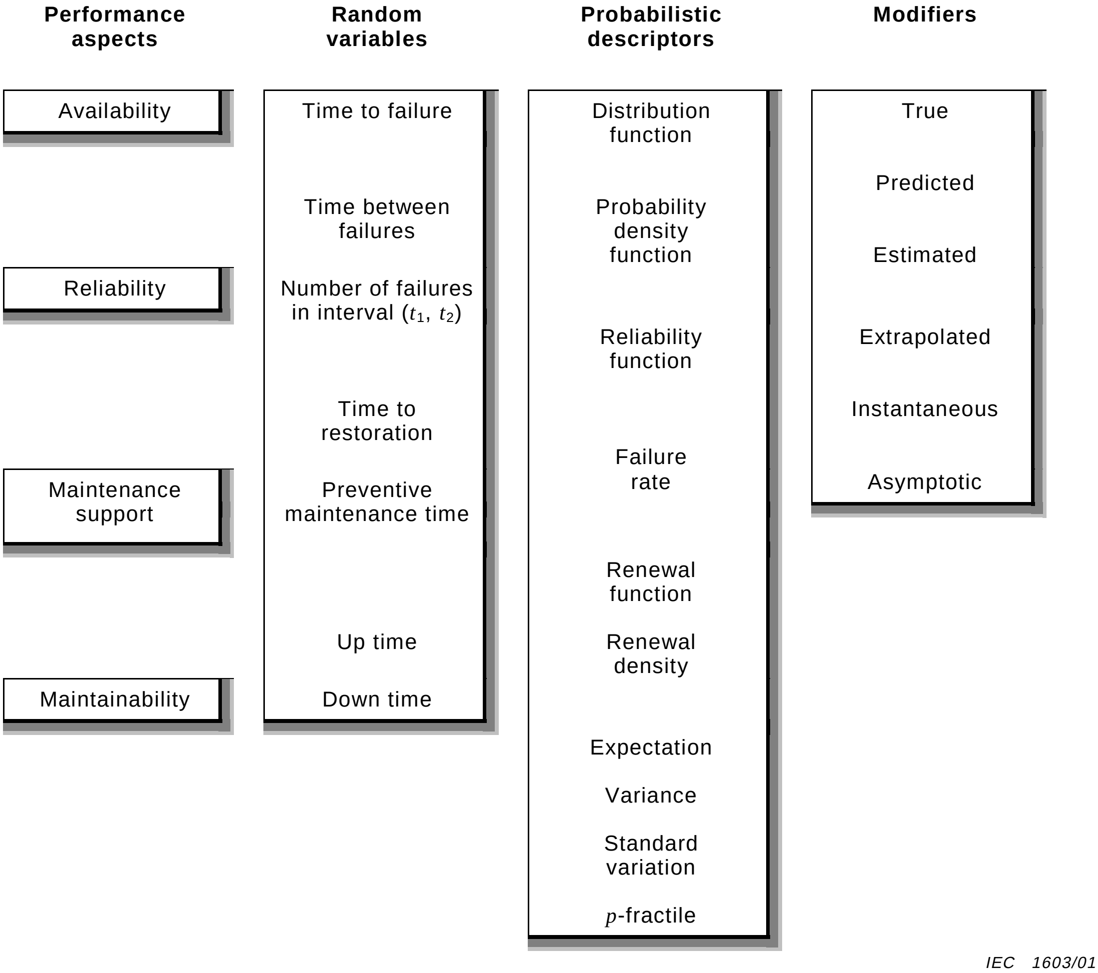


NOTE Une opération mathématique sur une variable aléatoire conduit à une caractéristique de base. L'adjonction d'un qualificatif à une caractéristique de base conduit à une caractéristique spécifique.

Figure A.1 – Aptitudes et descripteurs

Annex A
(informative)

Performance aspects and descriptors



NOTE A mathematical operation on a random variable results in a basic measure. The addition of a modifier to a basic measure results in a specific measure.

Figure A.1 – Performance aspects and descriptors

Annexe B
(informative)

Résumé des caractéristiques liées à la durée de fonctionnement avant défaillance

Tableau B.1 – Relations entre les caractéristiques fonctionnelles de la durée de fonctionnement avant défaillance pour une entité à fonctionnement continu

Caractéristique fonctionnelle	Relation avec d'autres caractéristiques			
	$F(t)$	$f(t)$	$R(t)$	$\lambda(t)$
$F(t)$	–	$\dfrac{\mathrm{d}F(t)}{\mathrm{d}t}$	$1 - F(t)$	$\dfrac{1}{1-F(t)}\dfrac{\mathrm{d}F(t)}{\mathrm{d}t}$
$f(t)$	$\int_0^t f(x)\,\mathrm{d}x$	–	$\int_t^\infty f(x)\,\mathrm{d}x$	$\dfrac{f(t)}{\int_t^\infty f(x)\,\mathrm{d}x}$
$R(t)$	$1 - R(t)$	$-\dfrac{\mathrm{d}R(t)}{\mathrm{d}t}$	–	$-\dfrac{1}{R(t)}\dfrac{\mathrm{d}R(t)}{\mathrm{d}t}$
$\lambda(t)$	$1-\exp\left(-\int_0^t \lambda(x)\,\mathrm{d}x\right)$	$\lambda(t)\exp\left(-\int_0^t \lambda(x)\,\mathrm{d}x\right)$	$\exp\left(-\int_0^t \lambda(x)\,\mathrm{d}x\right)$	–
NOTE Des relations analogues sont valables entre d'autres caractéristiques fonctionnelles pour toute variable aléatoire, par exemple la durée de fonctionnement avant la première défaillance, la durée de disponibilité, la durée d'indisponibilité, la durée de panne, la durée de maintenance corrective, la durée de réparation.				

Annex B
(informative)

Summary of measures related to time to failure

Table B.1 – Relations among functional measures of time to failure of continuously operating items

Functional measure	Relation to other measures			
	$F(t)$	$f(t)$	$R(t)$	$\lambda(t)$
$F(t)$	–	$\dfrac{\mathrm{d}F(t)}{\mathrm{d}t}$	$1 - F(t)$	$\dfrac{1}{1-F(t)}\dfrac{\mathrm{d}F(t)}{\mathrm{d}t}$
$f(t)$	$\int_0^t f(x)\,\mathrm{d}x$	–	$\int_t^\infty f(x)\,\mathrm{d}x$	$\dfrac{f(t)}{\int_t^\infty f(x)\,\mathrm{d}x}$
$R(t)$	$1 - R(t)$	$-\dfrac{\mathrm{d}R(t)}{\mathrm{d}t}$	–	$-\dfrac{1}{R(t)}\dfrac{\mathrm{d}R(t)}{\mathrm{d}t}$
$\lambda(t)$	$1-\exp\left(-\int_0^t \lambda(x)\,\mathrm{d}x\right)$	$\lambda(t)\exp\left(-\int_0^t \lambda(x)\,\mathrm{d}x\right)$	$\exp\left(-\int_0^t \lambda(x)\,\mathrm{d}x\right)$	–
NOTE Similar relationships hold among functional measures of any random variable, for example time to first failure, up time, down time, time to restoration, corrective maintenance time, repair time.				

Tableau B.2 – Résumé des caractéristiques pour quelques lois de probabilité de la durée de fonctionnement avant défaillance de fonction d'une entité en fonctionnement continu

Loi de probabilité	Etendue	Fonction de densité de probabilité $f(t)$	Fonction de fiabilité (ou de survie) $R(t)$	Taux de défaillance $\lambda(t)$	Espérance mathématique MTTF	Variance
Exponentielle	$\lambda > 0$ $t \geq 0$	$\lambda \exp(-\lambda t)$	$\exp(-\lambda t)$	λ	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
Weibull	$\alpha > 0, \beta > 0$ $t \geq 0$	$\beta\alpha(\alpha t)^{\beta-1} \exp\left(-(\alpha t)^{\beta}\right)$	$\exp\left(-(\alpha t)^{\beta}\right)$	$\beta\alpha(\alpha t)^{\beta-1}$	$\frac{\Gamma(1+\frac{1}{\beta})}{\alpha}$	$\frac{1}{\alpha^2}\left(\Gamma(1+\frac{2}{\beta}) - \Gamma^2(1+\frac{1}{\beta})\right)$
Gamma	$\alpha > 0, \beta > 0$ $t \geq 0$	$\frac{\alpha(\alpha t)^{\beta-1}}{\Gamma(\beta)} \exp(-\alpha t)$	$\int_t^{\infty} f(u)\mathrm{d}u$	$\frac{f(t)}{R(t)}$	$\frac{\beta}{\alpha}$	$\frac{\beta}{\alpha^2}$
Erlang	$\lambda > 0$ $k \in \{1,2 \ldots\}$ $t \geq 0$	$\frac{\lambda(\lambda t)^{k-1}}{(k-1)!} \exp(-\lambda t)$	$\exp(-\lambda t)\sum_{i=0}^{k-1}\frac{(\lambda t)^i}{i!}$	$\frac{f(t)}{R(t)}$	$\frac{k}{\lambda}$	$\frac{k}{\lambda^2}$
Rayleigh	$k \in \{1,2 \ldots\}$ $t \geq 0$	$kt \exp\left(-\frac{kt^2}{2}\right)$	$\exp\left(-\frac{kt^2}{2}\right)$	kt	$\sqrt{\frac{\pi}{2k}}$	$\frac{2}{k}\left(1-\frac{\pi}{4}\right)$
Log-normale	$-\infty < m < +\infty$ $\sigma > 0, \quad t > 0$	$\frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln t - m)^2}{2\sigma^2}\right)$	$\int_t^{\infty} f(u)\,\mathrm{d}u$	$\frac{f(t)}{R(t)}$	$\exp\left(m + \frac{\sigma^2}{2}\right)$	$\exp(2m + 2\sigma^2)$ $- \exp(2m + \sigma^2)$
$\Gamma(x)$ est la fonction gamma complète définie par $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1}e^{-t}\mathrm{d}t, \quad x > 0$.						

Table B.2 – Summary of measures for some probability distributions of time to failure of continuously operating items

Distribution	Range	Probability density function $f(t)$	Reliability (survival) function $R(t)$	Failure rate $\lambda(t)$	Expected value MTTF	Variance
Exponential	$\lambda > 0$ $t \geq 0$	$\lambda \exp(-\lambda t)$	$\exp(-\lambda t)$	λ	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
Weibull	$\alpha > 0, \beta > 0$ $t \geq 0$	$\beta\alpha(\alpha t)^{\beta-1} \exp\left(-(\alpha t)^{\beta}\right)$	$\exp\left(-(\alpha t)^{\beta}\right)$	$\beta\alpha(\alpha t)^{\beta-1}$	$\frac{\Gamma(1+\frac{1}{\beta})}{\alpha}$	$\frac{1}{\alpha^2}\left(\Gamma(1+\frac{2}{\beta}) - \Gamma^2(1+\frac{1}{\beta})\right)$
Gamma	$\alpha > 0, \beta > 0$ $t \geq 0$	$\frac{\alpha(\alpha t)^{\beta-1}}{\Gamma(\beta)} \exp(-\alpha t)$	$\int_t^{\infty} f(u)\mathrm{d}u$	$\frac{f(t)}{R(t)}$	$\frac{\beta}{\alpha}$	$\frac{\beta}{\alpha^2}$
Erlang	$\lambda > 0$ $k \in \{1,2\ \ldots\}$ $t \geq 0$	$\frac{\lambda(\lambda t)^{k-1}}{(k-1)!} \exp(-\lambda t)$	$\exp(-\lambda t)\sum_{i=0}^{k-1}\frac{(\lambda t)^i}{i!}$	$\frac{f(t)}{R(t)}$	$\frac{k}{\lambda}$	$\frac{k}{\lambda^2}$
Rayleigh	$k \in \{1,2\ \ldots\}$ $t \geq 0$	$kt \exp\left(-\frac{kt^2}{2}\right)$	$\exp\left(-\frac{kt^2}{2}\right)$	kt	$\sqrt{\frac{\pi}{2k}}$	$\frac{2}{k}\left(1-\frac{\pi}{4}\right)$
Lognormal	$-\infty < m < +\infty$ $\sigma > 0, \quad t > 0$	$\frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln t - m)^2}{2\sigma^2}\right)$	$\int_t^{\infty} f(u)\,\mathrm{d}u$	$\frac{f(t)}{R(t)}$	$\exp\left(m + \frac{\sigma^2}{2}\right)$	$\exp(2m + 2\sigma^2)$ $- \exp(2m + \sigma^2)$

$\Gamma(x)$ is the complete gamma function defined as $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1}e^{-t}\mathrm{d}\,t, \quad x > 0$.

Annexe C
(informative)

Comparaison de quelques caractéristiques de sûreté de fonctionnement pour des entités à fonctionnement continu

Tableau C.1 – Comparaison de quelques caractéristiques de sûreté de fonctionnement pour des entités à fonctionnement continu ayant un taux de défaillance λ et un taux de rétablissement μ_R constants

Caractéristique	Entité non réparée ($\mu_R = 0$)	Entité réparée à durée de panne	
		nulle ($\mu_R \to \infty$)	**non nulle** ($0 < \mu_R < \infty$)
Fonction de fiabilité $R(t) = R(0, t)$	$\exp(-\lambda t)$	$\exp(-\lambda t)$	$\exp(-\lambda t)$
Fiabilité $R(t_1, t_2)$	$\exp(-\lambda t_2)$	$\exp(-\lambda \times (t_2 - t_1))$	$\left(\frac{\mu_R}{\lambda + \mu_R} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu_R}\exp[-(\lambda + \mu_R)t_1]\right)\exp[-\lambda \times (t_2 - t_1)]$
Durée moyenne de fonctionnement avant défaillance MTTF	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda}$
Moyenne des temps de bon fonctionnement (MTBF)	–	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda}$
Temps moyen entre défaillances	–	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu_R}$
Intensité instantanée de défaillance $z(t)$	$\lambda \exp(-\lambda t)$	λ	$\frac{\lambda\mu_R}{\lambda + \mu_R} + \frac{\lambda^2}{\lambda + \mu_R}\exp[-(\lambda + \mu_R)t]$
Intensité moyenne de défaillance $\bar{z}(t_1, t_2)$	$\frac{\exp(-\lambda t_1) - \exp(-\lambda t_2)}{t_2 - t_1}$	λ	$\frac{\lambda\mu_R}{\lambda + \mu_R} + \frac{\lambda^2}{(\lambda + \mu_R)^2}\frac{\exp[-(\lambda + \mu_R)t_1] - \exp[-(\lambda + \mu_R)t_2]}{t_2 - t_1}$
Disponibilité instantanée $A(t)$	$\exp(-\lambda t)$	1	$\frac{\mu_R}{\lambda + \mu_R} + \frac{\lambda}{(\lambda + \mu_R)}\exp[-(\lambda + \mu_R)t]$
Disponibilité moyenne $\overline{A}(t_1, t_2)$	$\frac{\exp(-\lambda t_1) - \exp(-\lambda t_2)}{\lambda \times (t_2 - t_1)}$	1	$\frac{\mu_R}{\lambda + \mu_R} + \frac{\lambda}{(\lambda + \mu_R)^2}\frac{\exp[-(\lambda + \mu_R)t_1] - \exp[-(\lambda + \mu_R)t_2]}{t_2 - t_1}$
Disponibilité asymptotique A	0	1	$\frac{\mu_R}{\lambda + \mu_R}$
Indisponibilité instantanée $U(t)$	$1 - \exp(-\lambda t)$	0	$\frac{\lambda}{\lambda + \mu_R}(1 - \exp[-(\lambda + \mu_R)t])$
Indisponibilité moyenne $\overline{U}(t_1, t_2)$	$1 - \frac{\exp(-\lambda t_1) - \exp(-\lambda t_2)}{\lambda \times (t_2 - t_1)}$	0	$\frac{\lambda}{\lambda + \mu_R} - \frac{\lambda}{(\lambda + \mu_R)^2}\frac{\exp[-(\lambda + \mu_R)t_1] - \exp[-(\lambda + \mu_R)t_2]}{t_2 - t_1}$
Indisponibilité asymptotique U	1	0	$\frac{\lambda}{\lambda + \mu_R}$

Annex C
(informative)

Comparison of some dependability measures for continuously operating items

Table C.1 – Comparison of some dependability measures of continuously operating items with constant failure rate λ and restoration rate μ_R

Measure	Non-repaired item	Repaired item with time to restoration equal to	
	($\mu_R = 0$)	**zero** ($\mu_R \to \infty$)	**non-zero** ($0 < \mu_R < \infty$)
Reliability function $R(t) = R(0, t)$	$\exp(-\lambda t)$	$\exp(-\lambda t)$	$\exp(-\lambda t)$
Reliability $R(t_1, t_2)$	$\exp(-\lambda t_2)$	$\exp(-\lambda \times (t_2 - t_1))$	$\left(\frac{\mu_R}{\lambda + \mu_R} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu_R} \exp[-(\lambda + \mu_R)t_1]\right) \exp[-\lambda \times (t_2 - t_1)]$
Mean time to failure MTTF	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda}$
Mean operating time between failures MTBF	–	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda}$
Mean time between failures	–	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu_R}$
Instantaneous failure intensity $z(t)$	$\lambda \exp(-\lambda t)$	λ	$\frac{\lambda\mu_R}{\lambda + \mu_R} + \frac{\lambda^2}{\lambda + \mu_R} \exp[-(\lambda + \mu_R)t]$
Mean failure intensity $\bar{z}(t_1, t_2)$	$\frac{\exp(-\lambda t_1) - \exp(-\lambda t_2)}{t_2 - t_1}$	λ	$\frac{\lambda\mu_R}{\lambda + \mu_R} + \frac{\lambda^2}{(\lambda + \mu_R)^2} \frac{\exp[-(\lambda + \mu_R)t_1] - \exp[-(\lambda + \mu_R)t_2]}{t_2 - t_1}$
Instantaneous availability $A(t)$	$\exp(-\lambda t)$	1	$\frac{\mu_R}{\lambda + \mu_R} + \frac{\lambda}{(\lambda + \mu_R)} \exp[-(\lambda + \mu_R)t]$
Mean availability $\bar{A}(t_1, t_2)$	$\frac{\exp(-\lambda t_1) - \exp(-\lambda t_2)}{\lambda \times (t_2 - t_1)}$	1	$\frac{\mu_R}{\lambda + \mu_R} + \frac{\lambda}{(\lambda + \mu_R)^2} \frac{\exp[-(\lambda + \mu_R)t_1] - \exp[-(\lambda + \mu_R)t_2]}{t_2 - t_1}$
Asymptotic availability A	0	1	$\frac{\mu_R}{\lambda + \mu_R}$
Instantaneous unavailability $U(t)$	$1 - \exp(-\lambda t)$	0	$\frac{\lambda}{\lambda + \mu_R}(1 - \exp[-(\lambda + \mu_R)t])$
Mean unavailability $\bar{U}(t_1, t_2)$	$1 - \frac{\exp(-\lambda t_1) - \exp(-\lambda t_2)}{\lambda \times (t_2 - t_1)}$	0	$\frac{\lambda}{\lambda + \mu_R} - \frac{\lambda}{(\lambda + \mu_R)^2} \frac{\exp[-(\lambda + \mu_R)t_1] - \exp[-(\lambda + \mu_R)t_2]}{t_2 - t_1}$
Asymptotic unavailability U	1	0	$\frac{\lambda}{\lambda + \mu_R}$

Annexe D
(informative)

Sûreté de fonctionnement du logiciel

Les entités contenant du logiciel sont sujettes à des défaillances dans la conception, qui résultent de l'activation de pannes latentes dans la conception. Ces dernières sont la conséquence d'erreurs humaines pendant l'élaboration du logiciel.

En essai ou en fonctionnement, ces pannes latentes peuvent être activées dans certaines conditions propices à leur déclenchement.

De telles défaillances ont tendance à être transitoires (c'est-à-dire l'entité redevient fonctionnelle si la condition de déclenchement est éliminée) et systématiques (c'est-à-dire l'entité va subir une défaillance similaire si la condition de déclenchement se rencontre à nouveau ou est intentionnellement reproduite).

La maintenance corrective du logiciel nécessite une modification pour éliminer la panne. Il est généralement possible d'effectuer cette opération à l'écart de l'installation après rétablissement du fonctionnement normal.

Une propriété importante des entités contenant du logiciel est leur aptitude à un rétablissement dans un état de disponibilité à la suite d'une défaillance de l'entité due à une panne logicielle. Cette aptitude est caractérisée par le temps de rétablissement, qui comprend trois aspects:

a) temps de redémarrage (par exemple temps nécessaire pour recharger le logiciel);
b) temps d'enregistrement (par exemple temps nécessaire pour vider la mémoire, établir des rapports sur l'incident et enregistrer toute autre preuve);
c) temps de rétablissement du logiciel (par exemple temps nécessaire pour rétablir les fichiers dans un état propre, pour rétablir les liens de communication).

Pour ce qui concerne le logiciel, la disponibilité combine sa fiabilité et son aptitude au rétablissement.

Certains modes de défaillance ont une durée de rétablissement nulle, par exemple ils donnent des résultats erronés pour un calcul, et n'affectent pas la disponibilité.

La maintenabilité du logiciel est caractérisée par le temps nécessaire pour effectuer une modification. Ce temps combine le temps de diagnostic (subdivisé en temps de localisation et temps d'identification de la panne), le temps de maintenance active (pour mettre en œuvre la modification) et le temps consacré à de nouveaux essais (réexécution d'essais antérieurs pour vérifier que la modification a réussi).

La maintenance du logiciel nécessite la circulation d'informations plutôt que celle de personnes ou de pièces et les délais logistiques sont dus à des files d'attente à l'intérieur du système logistique.

L'intensité de défaillance globale (nombre de défaillances par unité de temps) pour les entités contenant du logiciel est la somme de l'intensité de défaillance du matériel et des intensités de défaillance qui résultent des processus d'activation des différentes pannes latentes dans la conception.

Une croissance de la fiabilité est normalement observée à mesure que les pannes sont diagnostiquées à la suite de défaillances et éliminées par modification du logiciel.

Annex D
(informative)

Software dependability aspects

Items containing software are prone to design failure due to the activation of a latent design fault resulting from human error during software development.

In test or operation, these latent faults may be activated in response to certain trigger circumstances.

Such failures tend to be transient (i.e. the item becomes operable again if the trigger is removed) and systematic (i.e. the item will fail in a similar manner if the trigger is encountered again or if deliberately reproduced).

Corrective maintenance of software requires a modification to remove the fault. This can usually be performed away from the installation after normal operation has been resumed.

An important attribute of items containing software is the ability to recover to an upstate following the failure of the item due to a software fault. This is measured by the time to recover, which comprises three aspects:

a) restart time (for example time to reload the software);
b) recording time (for example time to take memory dumps, complete incident reports and record other evidence);
c) restoration time for the software (for example time to restore files to a clean state, re-establish communication links).

Availability with regard to software is a combination of its reliability and the ability to recover.

Some modes of failures will have a zero time to recovery, for example giving wrong results for a calculation, and do not affect availability.

Maintainability of the software is measured by the time to effect a modification. This time is a combination of time to diagnose (subdivided into time to localize and time to identify the fault), active maintenance time (to devise the modification) and re-testing time (time to re-run earlier tests to ensure that the modification is successful).

Maintenance of software requires the movement of information rather than of people and parts, and logistic delays are due to queues within the support system.

The overall failure intensity (rate of occurrence of failures) for items containing software is the sum of the failure intensity of the hardware plus the failure intensities resulting from processes of activation of all individual latent design faults.

Reliability growth is normally observed as faults are diagnosed following failure and removed by modification of the software.

Bibliographie

L'exposé mathématique de la présente norme est fondé sur les références suivantes: [5], [7], [8], [10], [11] et [14]. La théorie du renouvellement (processus de renouvellement et de renouvellement alternatif) sont présentés dans [5], [7], [8], [9], [10], [12] et [13]. Un traitement plus approfondi de la théorie du renouvellement est donné dans les références [1] et [3].

[1] Alsmeyer G., *Erneuerungstheorie,* B.G. Teubner, Stuttgart. 1991.

[2] Ascher H.R., Feingold H., *Repairable System Reliability: Modeling, Inference, Misconceptions and Their Causes,* New York, Marcel Dekker, 1984.

[3] Asmussen S., *Applied Probability and Queues,* Chichester, Wiley, 1987.

[4] Aven T., *Reliability and Risk Analysis,* London, Elsevier Applied Science, 1992.

[5] Barlow R.E., Proschan F., *Mathematical Theory of Reliability,* New York, Wiley, 1965.

[6] Barlow R.E., Proschan F., *Statistical Theory of Reliability and Life Testing. Probabilistic Models.* New York, Holt, Rinehart and Winston, 1975.

[7] Beichelt F., Franken P., *Zuverlässigkeit und Instandhaltung,* Berlin, VEB Verlag Technik, 1983.

[8] Birolini A., *Quality and Reliability of Technical Systems. Theory – Practice – Management,* Berlin, Springer Verlag, 1994.

[9] Cox D.R., *Renewal Theory,* London, Methuen & Co. Ltd, 1962.

[10] Gnedenko B.V., Belyayev Y.K., Solovyew A.D., *Mathematical Methods of Reliability Theory,* New York, Academic Press, 1969.

[11] Henley E.J., Kumamoto H., *Reliability Engineering and Risk Assessment,* Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1981.

[12] Heyman D.P., Sobel M.J., *Stochastic Models in Operations Research. Volume 1. Stochastic Processes and Operating Characteristics,* New York, McGraw-Hill, 1982.

[13] Ross S.M., *Stochastic Processes,* New York, Wiley, 1983.

[14] Villemeur A., *Reliability, Availability, Maintainability and Safety Assessment. Volume 1. Methods and Techniques*, Chichester, Wiley, 1992.

Pour de plus amples informations concernant la sûreté de fonctionnement du logiciel, consulter les ouvrages suivants:

Handbook of Software Reliability Engineering, édité par M.R. Lyu, New York, McGraw-Hill, 1996.

Musa J.D., Ianino A. and Okumoto K., *Software Reliability – Measurement, Prediction, Applications*, New York, McGraw-Hill, 1987.

Pham H., *Software Reliability*, New York, Springer-Verlag, 2000.

Singpurwalla N.D., Wilson S.P., *Statistical Methods in Software Engineering. Reliability and Risk*, New York, Springer-Verlag, 1999.

Bibliography

The mathematical material presented in this standard is based on the following references: [5], [7], [8], [10], [11] and [14]. The renewal theory (renewal and alternating renewal processes) is presented in [5], [7], [8], [9], [10], [12] and [13]. More advanced treatment of renewal theory may be found in references [1] and [3].

[1] Alsmeyer G., *Erneuerungstheorie,* B.G. Teubner, Stuttgart, 1991.

[2] Ascher H.R., Feingold H., *Repairable System Reliability: Modeling, Inference, Misconceptions and Their Causes,* New York, Marcel Dekker, 1984.

[3] Asmussen S., *Applied Probability and Queues,* Chichester, Wiley, 1987.

[4] Aven T., *Reliability and Risk Analysis,* London, Elsevier Applied Science, 1992.

[5] Barlow R.E., Proschan F., *Mathematical Theory of Reliability,* New York, Wiley, 1965.

[6] Barlow R.E. and Proschan F., *Statistical Theory of Reliability and Life Testing. Probabilistic Models,* New York, Holt, Rinehart and Winston, 1975.

[7] Beichelt F., Franken P., *Zuverlässigkeit und Instandhaltung,* Berlin, VEB Verlag Technik, 1983.

[8] Birolini A., *Quality and Reliability of Technical Systems. Theory – Practice – Management,* Berlin, Springer Verlag, 1994.

[9] Cox D.R., *Renewal Theory,* London, Methuen & Co. Ltd, 1962.

[10] Gnedenko B.V., Belyayev Y.K., Solovyew A.D., *Mathematical Methods of Reliability Theory,* New York, Academic Press, 1969.

[11] Henley E.J., Kumamoto H., *Reliability Engineering and Risk Assessment,* Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1981.

[12] Heyman D.P., Sobel M.J., *Stochastic Models in Operations Research. Volume 1. Stochastic Processes and Operating Characteristics,* New York, McGraw-Hill, 1982.

[13] Ross S.M., *Stochastic Processes,* New York, Wiley, 1983.

[14] Villemeur A., *Reliability, Availability, Maintainability and Safety Assessment. Volume 1. Methods and Techniques*, Chichester, Wiley, 1992.

For more complete treatment of software dependability aspects see, for example, the following references:

Handbook of Software Reliability Engineering, edited by M.R. Lyu, New York, McGraw-Hill, 1996.

Musa J.D., Ianino A. and Okumoto K., *Software Reliability – Measurement, Prediction, Applications*, New York, McGraw-Hill, 1987.

Pham H., *Software Reliability*, New York, Springer-Verlag, 2000.

Singpurwalla N.D., Wilson S.P., *Statistical Methods in Software Engineering. Reliability and Risk*, New York, Springer-Verlag, 1999.

Standards Survey

The IEC would like to offer you the best quality standards possible. To make sure that we continue to meet your needs, your feedback is essential. Would you please take a minute to answer the questions overleaf and fax them to us at +41 22 919 03 00 or mail them to the address below. Thank you!

Customer Service Centre (CSC)
International Electrotechnical Commission
3, rue de Varembé
1211 Genève 20
Switzerland

or

Fax to: **IEC**/CSC at +41 22 919 03 00

Thank you for your contribution to the standards-making process.

Nicht frankieren
Ne pas affranchir

Non affrancare
No stamp required

A Prioritaire

RÉPONSE PAYÉE

SUISSE

Customer Service Centre (CSC)
International Electrotechnical Commission
3, rue de Varembé
1211 GENEVA 20
Switzerland

Q1 Please report on **ONE STANDARD** and **ONE STANDARD ONLY**. Enter the exact number of the standard: *(e.g. 60601-1-1)*

....

Q2 Please tell us in what capacity(ies) you bought the standard *(tick all that apply)*. I am the/a:

- purchasing agent ❑
- librarian ❑
- researcher ❑
- design engineer ❑
- safety engineer ❑
- testing engineer ❑
- marketing specialist ❑
- other...

Q3 I work for/in/as a: *(tick all that apply)*

- manufacturing ❑
- consultant ❑
- government ❑
- test/certification facility ❑
- public utility ❑
- education ❑
- military ❑
- other...

Q4 This standard will be used for: *(tick all that apply)*

- general reference ❑
- product research ❑
- product design/development ❑
- specifications ❑
- tenders ❑
- quality assessment ❑
- certification ❑
- technical documentation ❑
- thesis ❑
- manufacturing ❑
- other...

Q5 This standard meets my needs: *(tick one)*

- not at all ❑
- nearly ❑
- fairly well ❑
- exactly ❑

Q6 If you ticked NOT AT ALL in Question 5 the reason is: *(tick all that apply)*

- standard is out of date ❑
- standard is incomplete ❑
- standard is too academic ❑
- standard is too superficial ❑
- title is misleading ❑
- I made the wrong choice ❑
- other ....

Q7 Please assess the standard in the following categories, using the numbers:
(1) unacceptable,
(2) below average,
(3) average,
(4) above average,
(5) exceptional,
(6) not applicable

- timeliness ....
- quality of writing....................................
- technical contents....................................
- logic of arrangement of contents ....
- tables, charts, graphs, figures...............
- other ....

Q8 I read/use the: *(tick one)*

- French text only ❑
- English text only ❑
- both English and French texts ❑

Q9 Please share any comment on any aspect of the IEC that you would like us to know:

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Enquête sur les normes

La CEI ambitionne de vous offrir les meilleures normes possibles. Pour nous assurer que nous continuons à répondre à votre attente, nous avons besoin de quelques renseignements de votre part. Nous vous demandons simplement de consacrer un instant pour répondre au questionnaire ci-après et de nous le retourner par fax au +41 22 919 03 00 ou par courrier à l'adresse ci-dessous. Merci !

Centre du Service Clientèle (CSC)
Commission Electrotechnique Internationale
3, rue de Varembé
1211 Genève 20
Suisse

ou

Télécopie: **CEI**/CSC +41 22 919 03 00

Nous vous remercions de la contribution que vous voudrez bien apporter ainsi à la Normalisation Internationale.

Nicht frankieren
Ne pas affranchir

Non affrancare
No stamp required

A Prioritaire

RÉPONSE PAYÉE

SUISSE

Centre du Service Clientèle (CSC)
Commission Electrotechnique Internationale
3, rue de Varembé
1211 GENÈVE 20
Suisse

Q1 Veuillez ne mentionner qu'**UNE SEULE NORME** et indiquer son numéro exact: (*ex. 60601-1-1)*

....

Q2 En tant qu'acheteur de cette norme, quelle est votre fonction?
(cochez tout ce qui convient)
Je suis le/un:

- agent d'un service d'achat ❑
- bibliothécaire ❑
- chercheur ❑
- ingénieur concepteur ❑
- ingénieur sécurité ❑
- ingénieur d'essais ❑
- spécialiste en marketing ❑
- autre(s)...

Q3 Je travaille:
(cochez tout ce qui convient)

- dans l'industrie ❑
- comme consultant ❑
- pour un gouvernement ❑
- pour un organisme d'essais/ certification ❑
- dans un service public ❑
- dans l'enseignement ❑
- comme militaire ❑
- autre(s)...

Q4 Cette norme sera utilisée pour/comme
(cochez tout ce qui convient)

- ouvrage de référence ❑
- une recherche de produit ❑
- une étude/développement de produit ❑
- des spécifications ❑
- des soumissions ❑
- une évaluation de la qualité ❑
- une certification ❑
- une documentation technique ❑
- une thèse ❑
- la fabrication ❑
- autre(s)...

Q5 Cette norme répond-elle à vos besoins:
(une seule réponse)

- pas du tout ❑
- à peu près ❑
- assez bien ❑
- parfaitement ❑

Q6 Si vous avez répondu PAS DU TOUT à Q5, c'est pour la/les raison(s) suivantes:
(cochez tout ce qui convient)

- la norme a besoin d'être révisée ❑
- la norme est incomplète ❑
- la norme est trop théorique ❑
- la norme est trop superficielle ❑
- le titre est équivoque ❑
- je n'ai pas fait le bon choix ❑
- autre(s) ....

Q7 Veuillez évaluer chacun des critères ci-dessous en utilisant les chiffres
(1) inacceptable,
(2) au-dessous de la moyenne,
(3) moyen,
(4) au-dessus de la moyenne,
(5) exceptionnel,
(6) sans objet

- publication en temps opportun ....
- qualité de la rédaction...........................
- contenu technique ....
- disposition logique du contenu ....
- tableaux, diagrammes, graphiques, figures ....
- autre(s) ....

Q8 Je lis/utilise: *(une seule réponse)*

- uniquement le texte français ❑
- uniquement le texte anglais ❑
- les textes anglais et français ❑

Q9 Veuillez nous faire part de vos observations éventuelles sur la CEI:

....
....
....
....
....
....

ISBN 2-8318-5998-0

9 782831 859989

ICS 03.120.30; 21.020

Typeset and printed by the IEC Central Office
GENEVA, SWITZERLAND